

Sažetak: Ovaj primjer pokazuje kako modelirati tržišni rizik hipotetičkog globalnog indeksa indeksa kapitala sa simulacijskom tehnikom koristeći Copula i teorije ekstremne vrijednosti (EVT). Proces prvo izvlači filtrirane ostatke iz svake povratne serije sa asimetričnim GARCH modelom, zatim konstruiše marginalnu kumulativnu distribucijsku funkciju (CDF) uzorka za svako sredstvo koristeći Gaussovu procjenu jezgra za unutrašnjost i generalizovanu procjenu Pareto distribucije (GPD) za gornju i donju granicu. Kopula tada odgovara podacima i koristi se za indukovanje korelacije između simuliranih rezidua svakog sredstva. Konačno, simulacija procjenjuje vrijednost rizika (VaR) hipotetičkog globalnog portfolia kapitala u toku jednog mjesecnog horizonta. Imajte na umu da je ovo relativno napredan, sveobuhvatan primjer koji pretpostavlja nekakvo poznavanje EVT-a i kopulasa. Neobrađeni podaci se sastoje od 2665 zapažanja dnevnih vrijednosti zatvaranja reprezentativnih vlasničkih indeksa koji obuhvataju datume trgovanja 27 april-1993. do 14-jula-2003. Ovaj primjer se može iskoristiti i za procjenu tržišta i za područje BiH. Međutim to ćemo ostaviti nekim budućim istraživačima.

Ključne riječi: ekstremi, tržište rizika, finansijska matematika, Matlab, model.

USAGE OF THE THEORY OF EXTREME FOR ESTIMATE OF MARKET RISK

Abstract: This example demonstrates how to model the market risk of the hypothetical global index of capital using simulation techniques using Copula and Extreme Value (EVT) theory. The process first draws out the filtered residues from each backstop with an asymmetric GARCH model, then constructs a marginal cumulative distribution function (CDF) for each agent using Gaussian inner core estimation and generalized Pareto Distribution (GPD) estimate for the upper and lower bound. The plot then corresponds to the data and is used to induce correlation between the simulated residues of each agent. Finally, the simulation estimates the risk value (VaR) of the hypothetical global portfolio of capital over a monthly horizon. Keep in mind that this is a relatively advanced, comprehensive example that assumes some knowledge of EVT and copula. Untreated data consists of 2665 observations of the daily values of the closure of representative equity indices covering trading dates April 27, 1993. to 14 July 2003. This example can also be used to evaluate the market and for the Bihme area, but we will leave that to some future researchers.

Key words: Extreme, Risk Market, Financial Mathematics, Matlab, Model.

Uvod

Finansijsko modelovanje je jedno od najaktuelnijih tema, istraživača u novijoj historiji finansijske matematike. Počeci modelovanja u finansijskoj matematici je novijeg datuma i jedan od očeva te naučne discipline smatra se Simon Bening, koji je izdao 4 udžbenika na tu temu u periodu od 1997-2014. Inače prilikom pravljenja modela finansijske matematike to je nezamislivo bez programskog paketa Excel. Međutim kako je Excek ugradbeni i sastavni dio office paketa on nije sadržavao funkcije koje bi bile potrebne za reprezentaciju ovakvog modela. Novije verzije Excela su svakako zahtjevale da se nadgrade sa podrškom VBA paketa, tj., novijih verzija Visual Basica. Nakon toga mnogi primjeri u finansijskom modeliranju nisu zahtjevali dodatno programiranje. Međutim moderno finansijsko modelovanje i udžbenici koji prate palan i program finansijske matematike nezamislivi su bez upotrebe Excela. Međutim mi ćemo se ovdje osvrnuti na neke novije softvere. U početku je Matlab bio jako malen programski softver namjenjen za simulacije u elektrotehnici i imao je veoma mali niz ugrađenih funkcija. Međutim primjenom matematike kao nauke u različite svrhe pa tako i u ekonomiji Matlab je doživio vrhunski procvat. Pomoću Matlaba danas imamo na raspolaganju preko 64 miliona ugrađenih funkcija koje Matlab koristi u razne svrhe. Jedna od njih je i pravljenje različitih modela. Matlab je uspio da prikaže interpolaciju

rješenja funkcija koje se nisu mogle riješiti analitičkim putem Svoju aproksimaciju je iskoristio uz veze sa numeričkom matematikom. Nadalje Matlab je dalje razvojem svog softvera i najnovije verzije uspješno korišten za prikazivanje modela, robota u inženjerstvu, mašinstvu, elektrotehnici, automatici, fizici, medicini. Manje je poznate da se rad ljudskog srca može matematičkim modelom paroksimirati u softveru Matlab. Svakako mi smo ovdje Matlab iskoristili za modelovanje finasijske matematike. Prednost Matlabu u odnosu na Excel je što ukoliko ste malo napredniji korisnik možete stvoriti sopstvene funkcije u vidu m.file. Dakle, ukoliko ne posotji ugrađena funkcija u Matlabu mi možemo pravljenjem sopstvene funkcije ugraditi funkciju, ili incijalizirati funkciju po želji. Ova metoda spada u novije metode rada finasijske matematike koja će nadamo se u budućnosti naći malo širu primjenu.

1. Ispitivanje dnevnih podataka o indeksima globalnog indeksa

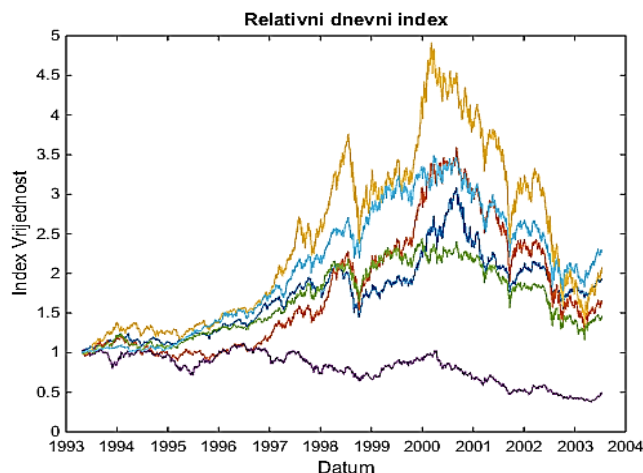
Mi ćemo se baviti ispitivanjem tržišnog rizika 5 najvećih ekonomija svijeta i BiH. Svakako da rezultate i interpolaciju možemo pokušati uporediti sa našim ekonomskim rizicima. Neobrađeni podaci se sastoje od 2665 zapažanja dnevnih vrijednosti zatvaranja sljedećih reprezentativnih vlasničkih indeksa koji obuhvataju datume trgovanja 27 april-1993. do 14-jula-2003:

1. Kanada: TSX Composite (Ticker ^ GSPTSE)
2. Francuska: CAC 40 (Ticker ^ FCHI)
3. Njemačka: DAX (Ticker ^ GDAXI)
4. Japan: Nikkei 225 (Tiker ^ N225)
5. Velika Britanija: FTSE 100 (Ticker ^ FTSE)
6. BIH: S & P 500 (Ticker ^ Bingo)

Navedenu ilustraciju u obliku modela predstaviti ćemo softverskim rješenjem u Matlabu. Sljedeći grafik ilustruje relativne promjene cijena za svaki indeks. Početni nivo svakog indeksa normalizovan je u jedinstvenost, kako bi se olakšalo upoređivanje relativnog učinka, a nikakva prilagođavanja i dividende se eksplicitno ne uzimaju u obzir.

Programski kod u Matlabu je:

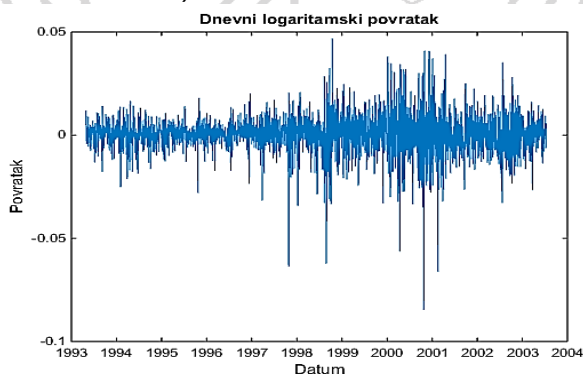
```
load Data_GlobalIdx1% Uvoz dnevnih indeksa zatvaranja
figure
plot(dates, ret2price(price2ret(Data)))
datetick('x')
xlabel('Datum')
ylabel('Index Vrijednost')
title('Relativni dnevni index')
legend(series, 'Lokacija', 'Sjeverozapad').
```



Slika 1. Relativni dnevni index po datumima

U pripremi za naknadno modeliranje pretvoriti nivo zatvaranja svakog indeksa u dnevne logaritamske povratke (ponekad se zovu geometrijski ili kontinuirano ujedineni, vraćaju se). S obzirom da prvi korak u cjelokupnom pristupu modeliranju podrazumijeva ponovnu primjenu GARCH filtracije i teorije ekstremne vrijednosti kako bi se karakterizirala raspodijela svake pojedinačne povratne vrijednosti indeksa, korisno je ispitati detalje za određenu zemlju. Sledeću liniju koda možete promeniti u bilo koji cijeli broj u setu {1,2,3,4,5,6} da biste pregledali detalje za bilo koji indeks.

```
returns = price2ret(Data); % Logarithmic returns
T = size(returns,1); % # of returns (i.e., historical sample size)
index = 1; % 1 = Canada, 2 = France, 3 = Germany, 4 = Japan, 5 = UK, 6 = BIH
figure
plot(dates(2:end), returns(:,index))
datetick('x')
xlabel('Date')
ylabel('Return')
title('Daily Logarithmic Returns')
```



Slika 2. Dnevni logaritamski povratak

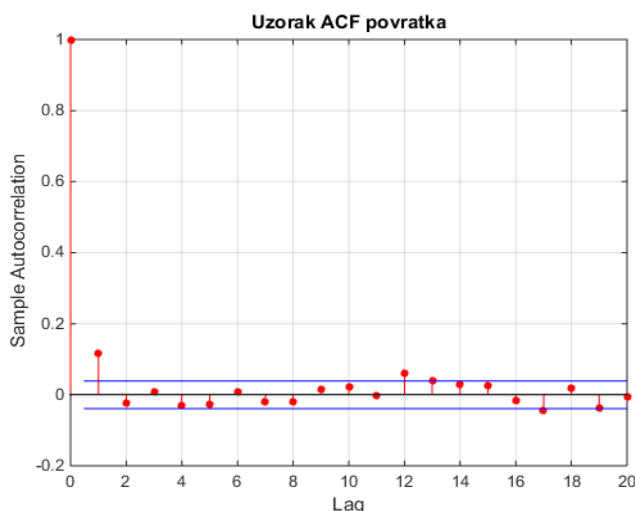
2. Filtriranje povratka za svaki index

Modeliranje repa distribucije sa GPD-om zahtijeva da se posmatranja budu približno nezavisne i identično raspoređene. Međutim, većina serija finansijskog povratka pokazuje određeni stepen autokorelacije i, što je još važnije, heteroskedastičnost. Na primjer, funkcija

autokorelacije uzorka (ACF) povratka povezanih sa izabranim indeksom otkriva neku blagu serijsku korelaciju. Međutim, uzorak ACF kvadratnih povrataka ilustruje stepen upornosti varijanse i podrazumjeva da modeliranje GARCH-a može značajno usloviti podatke koji se koriste u procesu procjene poslijednjih procijena.

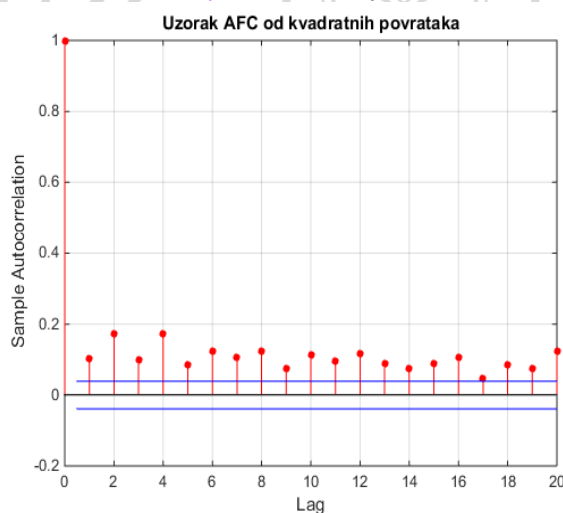
Matlab kod:

```
figure
autocorr(returns(:,index))
title('Uzorak ACF povratka')
```



Slika 3. Uzorak AFC povratka

```
figure
autocorr(returns(:,index).^2)
title('Uzorak AFC od kvadratnih povrataka')
```



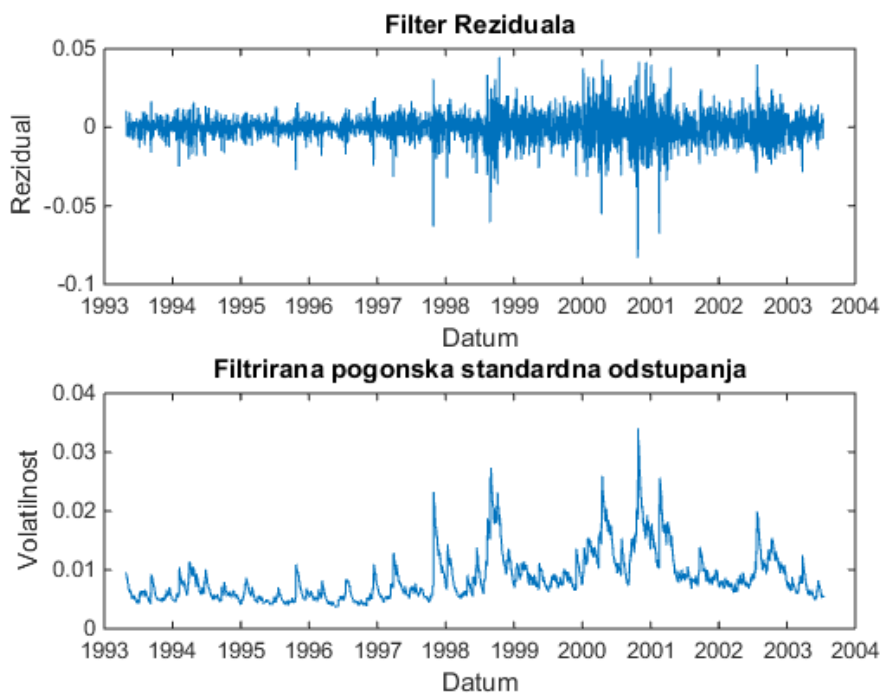
Slika 4. Uzorak AFC od kvadratnih povrataka.

Za izabrani indeks upoređujte rezidualne modela i odgovarajuća uslovna standardna odstupanja filtrirana iz sirovog povratka. Donji grafik jasno ilustruje varijaciju volatilnosti (heteroskedastičnost) prisutna u filtriranim rezidualima.

Programski kod:

```
figure
subplot(2,1,1)
plot(dates(2:end), residuals(:,index))
datetick('x')
xlabel('Datum')
ylabel('Rezidual')
title ('Filter Reziduala')

subplot(2,1,2)
plot(dates(2:end), sqrt(variances(:,index)))
datetick('x')
xlabel('Datum')
ylabel('Volatilnost')
title ('Filtrirana pogonska standardna odstupanja')
```



Slika 5. Vjerovatnoća i filter reziduala

3. Procjena polarnih parametara CDF-a

S obzirom na standardizovane, i.i.d. reziduali iz prethodnog koraka, procenjuju empirijski CDF svakog indeksa sa Gausovim jezgrom. Ovo olakšava procjene CDF-a, eliminišući obrazac stepeništa bezmladenih CDF-ova uzoraka. Iako procjene neparametarskog jezgra CDF-a su dobro prilagođene za unutrašnjost distribucije u kojoj se nalazi većina podataka, one imaju tendenciju da se loše izvode kada se primenjuju na gornje i donje reakcije. Da biste bolje procijenili repove distribucije, primjenite EVT na one ostatke koji padaju u svakom repu.

Konkretno, pronaći gornji i donji prag tako da je 10% rezidua rezervisano za svaki rep. Potom se uklapa količina kojom ovi ekstremni reziduali u svakom repu padnu izvan pridruženog praga do parametarskog GPD-a maksimalnom vjerovatnoćom. Ovakav pristup se često naziva distribucija prekoračenja ili vrhova preko metode praga.

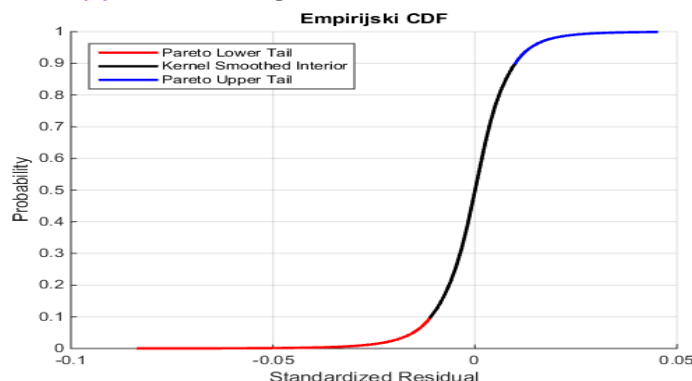
S obzirom na prekoračenja u svakom repu, optimizirajte negativnu funkciju vjerojatnosti za procjenu indeksa repnog indeksa (zeta) i skale (beta) GPD-a. Slijedeći segment stvara objekte tipa paretotails, jedan takav objekt za svaku indeksnu seriju povrataka. Ovi objekti pareotaka sadrže procijene parametarskog donjeg donjeg repa GP-a, neparametričkog unutrašnjosti zglobnog jezgra i parametarskog gornjeg repa GP-a za konstrukciju kompozitnog poluparametarskog CDF-a za svaki indeks.

Dobijeni distribucionni objekat koji omogućava kupovinu omogućava interpolaciju u unutrašnjosti CDF-a i ekstrapolaciju (procjena funkcije) u svakom repu. Ekstrapolacija je veoma poželjna, omogućavajući procjenu kvantila van historijskog zapisa, i neprocjenjiva je za aplikacije za upravljanje rizikom. Štaviše, objekti Pareto repa pružaju i metode za procjenu CDF-a i inverzne CDF (funkcija kvantila), kao i za upućivanje kumulativnih vjerovatnoća i kvantila granica između svakog segmenta raspodjele.

Matlab Programski kod:

```
nPoints      = 200;           % # of sampled points in each region
of the CDF
tailFraction = 0.1;          % Decimal fraction of residuals
allocated to each tail
tails = cell(nIndices,1);    % Cell array of Pareto tail objects
for i = 1:nIndices
    tails{i} = paretotails(residuals(:,i), tailFraction, 1 -
tailFraction, 'kernel');
end
figure
hold on
grid on
minProbability = cdf(tails{index}, (min(residuals(:,index))));
maxProbability = cdf(tails{index}, (max(residuals(:,index))));
pLowerTail = linspace(minProbability , tailFraction ,
nPoints); % sample lower tail
pUpperTail = linspace(1 - tailFraction, maxProbability ,
nPoints); % sample upper tail
pInterior = linspace(tailFraction , 1 - tailFraction,
nPoints); % sample interior
plot(icdf(tails{index}, pLowerTail), pLowerTail, 'red' ,
'LineWidth', 2)
plot(icdf(tails{index}, pInterior) , pInterior , 'black',
'LineWidth', 2)
plot(icdf(tails{index}, pUpperTail), pUpperTail, 'blue' ,
'LineWidth', 2)
xlabel('Standardized Residual')
ylabel('Probability')
```

```
title('Empirijski CDF')
legend({'Pareto Lower Tail' 'Kernel Smoothed Interior' ...
        'Pareto Upper Tail'}, 'Location', 'NorthWest')
```



Slika 6. Empirijska komulativna distribucijska funkcija CDF

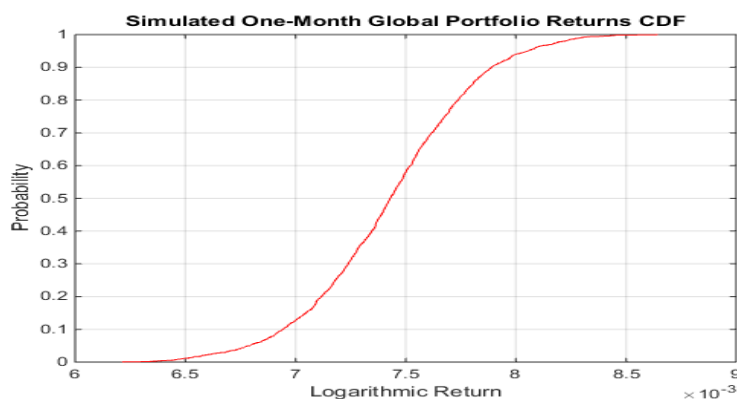
4. Sumiranje rezultata

Nakon simulacije povratka svakog indeksa i formiranja globalnog portfolia, izveštaji o maksimalnom dobitku i gubitku, kao i VaR na različitim nivoima pouzdanosti, u toku jednogodišnjeg horizonta rizika. Takođe, prikazan empirijski CDF globalnog portfolia pokazani su pomoću slijedećeg matlab koda:

```
VaR = 100 * quantile(cumulativeReturns, [0.10 0.05 0.01]');
disp(' ')
fprintf('Maximum Simulated Loss: %8.4f%%\n', -
100*min(cumulativeReturns), '%')
fprintf('Maximum Simulated Gain: %8.4f%%\n\n',
100*max(cumulativeReturns), '%')
fprintf('    Simulated 90% VaR: %8.4f%%\n', VaR(1), '%')
fprintf('    Simulated 95% VaR: %8.4f%%\n', VaR(2), '%')
fprintf('    Simulated 99% VaR: %8.4f%%\n\n', VaR(3), '%')
figure
h = cdfplot(cumulativeReturns);
h.Color = 'Red';
xlabel('Logarithmic Return')
ylabel('Probability')
title('Simulated One-Month Global Portfolio Returns CDF')
```

Rezultat: Maximum Simulated Loss: -0.6216% Maximum Simulated Gain: 0.8641%

Simulated 90% VaR: 0.6942% Simulated 95% VaR: 0.6790% Simulated 99% VaR:
 0.6484%



Slika 7. Sumiranje rezultata

5. Literatura

- [1] S. Rešić, S. Mešanović, *Uvod u finansijsku matematiku*, 2017 Tuzla
- [2] Bouye, E., V. Durrleman, A. Nikeghbali, G. Riboulet, and Roncalli, T. "Copulas for Finance: A Reading Guide and Some Applications." Groupe de Rech. Oper., Credit Lyonnais, Paris, 2000.
- [3] Embrechts, P., A. McNeil, and D. Straumann. "Correlation and Dependence in Risk Management: Properties and Pitfalls". *Risk Management: Value At Risk and Beyond*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999, pp. 176–223.
- [4] Dai, Y., Han, D., Dai, W. (2014) Modeling and Computing of Stock Index Forecasting Based on Neural Network and Markov Chain, *The Scientific World Journal*, Vol. 2014, pp. 1-10.
- [5] McNeil, A. and R. Frey. "Estimation of Tail Related Risk Measure for Heteroscedastic Financial Time Series: An Extreme Value Approach." *Journal of Empirical Finance*. Vol. 7, 2000, pp. 271–300.
- [6] Nystrom, K. and J. Skoglund. "Univariate Extreme Value Theory, GARCH and Measures of Risk." Preprint, submitted 2002. <http://gloria-mundi.com/UploadFile/2010-2/knjsug.pdf>.
- [7] Nystrom, K. and J. Skoglund. "A Framework for Scenario-Based Risk Management." Preprint, submitted 2002. <http://gloria-mundi.com/UploadFile/2010-2/knjs.pdf>.
- [8] Roncalli, T., A. Durrleman, and A. Nikeghbali. "Which Copula Is the Right One?" Groupe de Rech. Oper., Credit Lyonnais, Paris, 2000.
- [9] Mashal, R. and A. Zeevi. "Beyond Correlation: Extreme Co-movements between Financial Assets." Columbia University, New York, 2002.