

SAVREMENI TEHNOLOŠKI PRISTUP ANALIZI NAPONA I DEFORMACIJA PILNOG DISKA VELIKIH DIMENZIJA / MODERN TECHNOLOGICAL APPROACH TO ANALYSIS OF STRESS AND DEFORMATION OF LARGE DIMENSIONS SAW DISC

Raif Seferović¹

¹Internacionalni univerzitet Travnik u Travniku, Aleja Konzula – Meljanac bb, 72270 Travnik,
BiH

e-mail: raifseferovic@iu-travnik.com

Izvorni naučni rad

<https://www.doi.org/10.58952/zr20261501438>

UDK / UDC 539.4:621.93:004

Sažetak

Kružna pila zauzima posebno mjesto u postupcima odsijecanja materijala u hladnom stanju („hladne pile“), kao i materijala koji se odsijecaju kada su zagrijani na vrlo visokim temperaturama („vruće pile“). Vrućim pilama odsijecaju se materijali različitih mehaničkih osobina, raznih oblika presjeka, dimenzija i položaja na transportnim kotrljačama. Pilni disk je najvažniji dio vruće pile i predstavlja model rotacione, tanke homogene pločaste strukture. Tokom procesa odsijecanja profila, pilni disk je izložen promjenljivim otporima koji uzrokuju različita naponsko-deformaciona stanja u njegovoj strukturi, a naročito u kontaktnoj zoni. Cilj ovog rada je da se tenzometrijskim mjerenjima potvrdi hipoteza da naponsko-deformaciono stanje tanke ploče pilnog diska oponaša tzv. Flamantov problem koji se može tumačiti kroz Hertzovo rješenje kontaktnog naprezanja.

Ključne riječi: vruća pila, pilni disk, tenzometrija, napon, deformacija

JEL klasifikacija: O32, O33, L61

Abstract

The circular saw occupies a special place in the processes of cutting materials in a cold state ("cold saws"), as well as materials that are cut when heated to very high temperatures ("hot saws"). Hot saws cut off materials with different mechanical properties, various cross-sectional shapes, dimensions and positions on transport rollers. The saw blade is the most important part of a hot saw and represents a model of a rotating, thin, homogeneous plate structure. During the profile cutting process, the saw blade is exposed to variable resistances that cause different stress-deformation states in its structure, especially in the contact zone. The aim of this work is to confirm the hypothesis by strain gauge measurements that the stress-strain state of a thin saw blade plate mimics the so-called Flamant problem, which can be interpreted through the Hertz solution of the contact stress.

Keywords: hot saw, saw blade, tensometry, stress, deformation

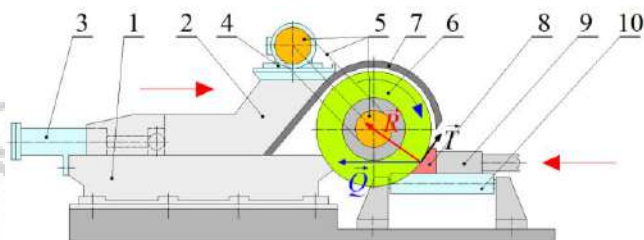
JEL classification: O32, O33, L61

UVOD

U crnoj i obojenoj metalurgiji kod završnih valjačkih pruga vrši se odsijecanje profila na trgovačke dužine 6, 8, 12, 14 i 16 metara. Odsijecanje se najčešće izvodi tzv. „vrućim“ pilama klznog tipa (*Slike 1 i 2*) na temperaturama $\sim 800^{\circ}\text{C}$.



Slika 1: Vruća pila u akciji [1]



Slika 2: Skica vruće pile sa otporima odsijecanja

Klizne pile imaju dva pogona od kojih je jedan namijenjen za obrtno kretanje pilnog diska, a drugi za pomoćno kretanje saonica pile. Pogon glavnog kretanja obično se ostvaruje preko asinhronog elektromotora (4), remenskog prenosioca (5) i dvopotpornog vratila koje nosi pilni disk (6) zaštićen poklopcem (7). Pilni disk zajedno sa pogonom nalazi se na saonicama (2), koje se translatorsno pomjeraju po vođicama postolja (1) pomoću pneumo ili hidro cilindra (3). Odsijecanje profila (8) vrši se nakon njegovog pričvršćivanja mehaničkim, pneumo ili hidro stezačem (9) na pločasti okvir (na skici nije prikazan) izvozne kotrljače (10).

Prilikom odsijecanja profila javljaju se sljedeći otpori: glavni otpor odsijecanja T , otpor pomoćnog kretanja Q i otpor prodiranja R . U disertaciji Seferović, R. [1] otpori odsijecanja određeni su eksperimentalnom identifikacijom snage, obrtnog momenta i utrošene energije.

Prilikom udara pilnog diska u fiksnu konturu profila javlja se udarni impuls, koji uzrokuje velika kontaktna i unutrašnja naprezanja i deformacije kako pilnog diska, tako i njegovog sklopa koji ugrožavaju stabilnost rada vruće pile.

1. KRATKI PREGLED DOSADAŠNJIH ISTRAŽIVANJA

Pregledom literature može se primijetiti veoma mali broj istraživanja kontaktnih problema koji se odnose na odsijecanje vruće izvaljanih profila na temperaturama od $\sim 800^{\circ}\text{C}$. Razlozi su ekonomske i tehnološke prirode zbog kontinualnog procesa valjanja koji onemogućava zastoje u proizvodnji radi eksperimentalnih ispitivanja. Veliki gradijenti naprezanja na mjestu djelovanja kontaktnih sila je usko područje koje je potrebno ispitati, te mnoge eksperimentalne metode nisu pogodne za analizu stanja naprezanja i deformacija [8].

Početak mehanike kontakta obično se veže uz rad Heinricha Hertza [9] u kojem je dato rješenje elastičnog kontakta dvaju tijela elipsoidalnog oblika bez pojave trenja. Iako je to dosta pojednostavljen model, on se i danas redovno koristi u inženjerskoj praksi. Prvi put je teorijski pristup upotrijebljen pri rješavanju Boussinesq-Flamantovog problema poluprostora opterećenog koncentrisanom silom [10], [11], [12]. Dobar historijski pregled dao je Johnson [13], a Baber i Ciavarella [6] za glavne probleme u proučavanju kontakta istaknuli su: problem trenja, dinamičku nestabilnost uzrokovanu trenjem, utiskivanje tijela, trošenje materijala, kontakt anizotropnih materijala, adheziju i visku elastičnost. Hertzov problem udara obrađen je u literaturi [14], gdje je pružen potpuni sistemski katalog svih značajnih aksijalno simetričnih kontaktnih problema otkrivenih u posljednjih 144 godine (od klasičnog rada Hertza 1882.).

Pored toga, ponuđena su ne samo rješenja svih ovih kontaktnih problema, već i detaljna dokumentacija procesa rješavanja. Od tada pa sve do danas proučavanje kontakta provodi se nesmanjenim intenzitetom, gdje se istraživači nastoje riješiti velikog broja pretpostavki. Pri tome se koriste analitičkim, numeričkim i eksperimentalnim metodama.

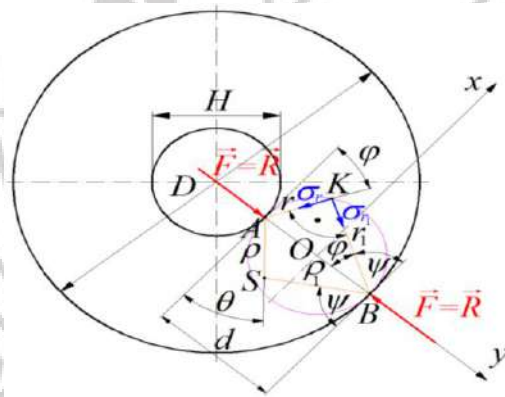
Približavanjem analitičkih pretpostavki stvarnim uslovima, rješenja postaju složena i teško ih je zadržati u eksplicitnom obliku. Numeričke metode su najviše zastupljene, ali je bez eksperimenata nemoguće vrednovanje njihovih rezultata. Optička metoda kaustike jedna je od rijetkih eksperimentalnih metoda koja daje kvalitetne rezultate upravo u takvim slučajevima [8].

2. TEORIJSKA INTERPRETACIJA NAPREZANJA I DEFORMACIJA OD INTERAKCIJE PILNOG DISKA I OBRATKA (OBRATKA)

Dvije su interakcije pilnog diska i obratka: interakcija između zuba pile i obratka i interakcija između tijela pile i obratka.

Prva navedena interakcija predmet je eksperimentalnog ispitivanja ovog rada. Kada pilni disk pod dejstvom sile izvrši kontakt s obratkom, tada se usljed elastičnih deformacija javljaju dodirne površine na kojima djeluju kontaktni naponi [12]. Kontaktna naprezanja su lokalnog karaktera i što se više udaljava od mjesta dodira (kontakta) ona opadaju, što predstavlja opšti pristup ovom problemu. Riječ je o Flamantovom problemu koji predstavlja specijalni slučaj klina opterećenog aksijalnom silom, kako se uobičajeno naziva ovaj problem u teoriji elastičnosti, koji je teorijski riješen i u ovom radu neće se detaljnije obrazlagati.

Na sličan način može se posmatrati raspodjela naprezanja na zamišljenoj kružnoj ploči unutar pilnog diska na koju djeluju dvije aksijalne sile $\vec{F}$ (Slika 3).



Slika 3: Model pilnog diska opterećen aksijalnim silama [1]

Rješenje ovog zadatka pripada Hertz [12], a dobija se na osnovu Flamantovog rješenja za napon σ_r i to za slučaj djelovanja sile na poluravan. U tački K konture prečnika d vrijedi odnos $(\sin \varphi/r) = (\cos \varphi/r) = 1/d$, pa slijedi:

$$\sigma_r = -\frac{2F \sin \varphi}{\pi r} = -\frac{2F}{\pi d}, \quad \sigma_\varphi = \tau_{r\varphi} = 0 \quad (1)$$

Ovom rješenju se dodaje drugo koje odgovara naprezanju u poluravni čija bi stranica prolazila kroz tačku B u kojoj djeluje koncentrisana sila $\vec{F}$. Odgovarajuće naprezanje u tački K je:

$$\sigma_{\eta} = -\frac{2F}{\pi r_1} \sin \psi, \quad \frac{\sin \psi}{r_1} = \frac{1}{d} \Rightarrow \sigma_{\eta} = -\frac{2F}{\pi d} = \sigma_r \quad (2)$$

što po intenzitetu odgovara prvoj jednačini izraza (1). U ovom razmatranju uzeto je u obzir da su iz uslova kružnice pravci r i r_1 međusobno normalni u tački K . To znači da se superponiranjem ova dva rješenja u tačkama konture diska pojavljuje stanje biaksijalnog pritiska $\sigma_r = \sigma_{\eta} = -2F/\pi d$

Poznato je iz rubnih uslova da je kontura diska neopterećena, pa je ovom rješenju potrebno dodati rješenje koje na konturi daje isto takvo biaksijalno zatezanje. Ovo se nalazi iz opšte Michellove diferencijalne jednačine:

$$\sigma_r = \sigma_{\eta} = 2C_0 = \frac{2F}{\pi d} \quad (3)$$

čime se postiže da u graničnom pojasu diska, odnosno na njegovoj konturi budu zadovoljeni granični uslovi $\sigma_r = \tau_{r\varphi} = 0$ za $r = d \sin \varphi$. Kako je $\varphi + \psi = 90^\circ$, to u svakoj tački oboda diska djeluju po dva jednaka pritiska.

Rezime gornjih razmatranja: Pod uticajem para koncentrisanih sila $\bar{F}$ (Slika 3) u disku se javljaju naponi koji odgovaraju superpoziciji izraza (1), desnog dijela izraza (2) i (3) izvedenih u odnosu na dva različita koordinatna sistema. Na osnovu jednačina transformacije, napone u proizvoljnoj tački S ploče treba svesti na zajednički pravougli koordinatni sistem Oxy , te slijedi:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= -\frac{2F}{\pi} \left(\frac{\sin \theta \cos^2 \theta}{\rho} + \frac{\sin \psi \cos^2 \psi}{\rho_1} - \frac{1}{d} \right) \\ \sigma_y &= -\frac{2F}{\pi} \left(\frac{\sin^3 \theta}{\rho} + \frac{\sin^3 \psi}{\rho_1} - \frac{1}{d} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

pri čemu je $d = \rho \sin \theta + \rho_1 \sin \psi$. U sredini kružne ploče veličine ovih komponenti su:

$$\sigma_x = \frac{2F}{\pi d}, \quad \sigma_y = -\frac{6F}{\pi d} \quad (5)$$

Kada se pilni disk posmatra kao kružna ploča koja leži u koordinatnom sistemu $Oxyz$ sa centrom u sredini ploče i u ravni Oxy , sa malom debljinom δ u smjeru z -ose, a sa srednjom površinom na $z = 0$, potencijalna energija elastične deformacije elementa $dx dy dz$ iznosi:

$$dE_p = \left(\frac{\varepsilon_x}{2} + \frac{\varepsilon_y}{2} + \frac{\gamma_{xy} \tau_{xy}}{2} \right) dx dy dz \quad (6)$$

gdje se deformacije u tijelu diska, primjenjujući Kirchhoffove pretpostavke [17] koje se generališu na dvodimenzionalni problem savijanja konzolne grede sa zanemarljivim tangencijalnim naprezanjima, sa poljem pomjeranja usljed rotacije poprečnog presjeka, mogu izraziti preko:

$$u = -z \frac{\partial w}{\partial x}, \quad v = -z \frac{\partial w}{\partial y}, \quad w = w(x, y) \quad (7)$$

Pod uslovom da se srednja površina ne deformiše, deformacije u ploči su [18]:

$$\varepsilon_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \varepsilon_y = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad \gamma_{xy} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (8)$$

3. PLAN I USLOVI EKSPERIMENTALNIH ISPITIVANJA

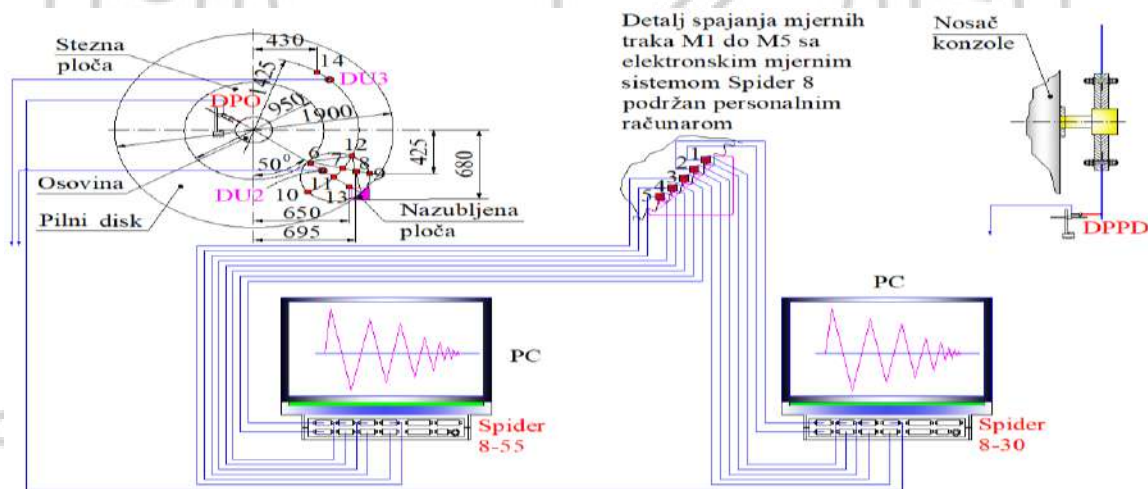
U cilju realizacije eksperimenta otkovana je i strojno obrađena osovina, obe stezne ploče, te nabavljene vijčane veze sa navrtkama. Sklop konzolnog tipa simulira realan mašinski sistem, sa pričvršćenom osovinom na vertikalnom nosaču konzole. Ispitivanja su izvedena primjenom hidrauličkog cilindra sa specijalnim nosačima i izmjenljivim alatima kojima je vršeno pritiskivanje silom R na zube pilnog diska, tako da su simulirana opterećenja koja se javljaju u nestacionarnim uslovima rada vruće pile. Za statička ispitivanja napona i deformacija korišten je model sklopa osovine sa steznim pločama i pilnim diskom prikazanog na *Slici 4a*.



a) detalj modela konzolnog sklopa pilnog diska b) konzolni sklop PD zavaren za stub hale

Slika 4: Konzolni sklop PD za mjerenje napona i deformacija u poluindustrijskim uslovima

Ispitivanja naponsko-deformacionih stanja izvedena su pomoću 14 elektrootpornih mjernih traka fiksiranih na površini pilnog diska prema šemi prikazanoj na *Slici 5*.



Slika 5: Raspored mjernih traka (1 do 14), davača pomjeranja (DP) i davača ubrzanja (DU) na PD sa prikazom povezivanja jednog seta mjeranih uređaja na mjerni sistem Spider 8

Mjerenja su izvršena u statičkim uslovima postepenim uvođenjem opterećenja pomoću hidrauličkog cilindra (HC) sa držačem. Sa ručicom klipne pumpe dodavan je pritisak u tlačnom vodu HC. Na klipu HC ugrađen je držač posebno izrađenih čeličnih ploča sa urezanim zupcima

koji odgovaraju profilu zupca pilnog diska (*Slike 14 i 15*), a simuliraju formiranu strugotinu prilikom odsijecanja obratka u industrijskim uslovima. Opterećenje se izvodilo na dva načina:

- povećanjem pritiska od 0 do 130 bara (13 MPa) sa prirastom od 1MPa na tlačnom vodu HC,
- kontinuiranim uvođenjem pritiska od 0 do 100 bara (10 MPa) na tlačnom vodu HC.

Za mjerenje su korištene troosne elektrootporne mjerne trake (rozete) tip RY11 10/120 proizvođača HBM Darmstadt Njemačka (*Slika 6*). Akvizicija podataka u odgovarajućim ciklusima vršena je pomoću 2 mjerna sistema: Spider 8-30 i 8-55, HMB Darmstadt Njemačka i pripadajućeg software-a Catman Professional 5.0 (*Slika 7*).

Elektronskim mjernim sistemom Spider 8 HBM mogu se vršiti električna mjerenja mehaničkih varijabli kao što su: deformacija, sila, pritisak, pomjeranje, ubrzanje i temperatura. Radno područje pojačivača Spider 8-55 pokriva tehnologiju noseće frekvencije od 4,8 kHz, a drugog pojačivača Spider 8-30 pokriva tehnologiju noseće frekvencije od 600 kHz za S/G i namjenjen je za elektrootporne mjerne trake spojene u $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ ili puni most.



Slika 6: Troosna mjerena traka



Slika 7: Elektronski mjerni sistem Spider 8 HBM

Mjerna mjesta za pričvršćenje elektrootpornih mjernih traka određena su prema očekivanim najvećim naprezanjima u zonama međuzublja (5 međuzublja kod maksimalnog zahvata 6 zubaca sa obratkom), kao i na određenim rastojanjima po tijelu diska u odnosu na kontaktno područje (*Slika 5*). Mjerenja ugiba pilnog diska prečnika Ø1900 mm vršena su na dvije lokacije, gdje su se očekivala maksimalna pomjeranja (*Slike 5, 10 i 11*).

Korišteni su senzori pomjeranja HBM tip WA100, mjernog opsega 0 do 100 mm. Dva senzora ubrzanja METRIX tip SA6200B fiksirana su na tijelu diska u zoni naprezanja i izvan nje (*Slike 5 i 10*). Sva mjerenja provedena su na sobnoj temperaturi, dok je pritisak direktno očitavan sa manometra na klipnoj pumpi. Zbog ograničene mogućnosti elektronskog mjernog sistema Spider 8 i istovremenog mjerenja najviše 16 mehaničkih varijabli sa radom dva Spidera u tandemu (*Slika 8*), mjerenja su vršena u tri faze sa identičnim ponavljanjem procesa dodavanja opterećenja na pilni disk putem klipne pumpe i HC (*Slike 12 i 13*) preko držača i nazubljenih ploča (*Slike 14 i 15*).



Slika 8: Spideri 8 sa PC



Slika 9: Mjerne trake (1 do 5) u međuzublju



Slika 10: Davač pomjeranja osovine



Slika 11: Davač pomjeranja (DPPD)



Slika 12: HC sa držačem



Slika 13: Klipna pumpa



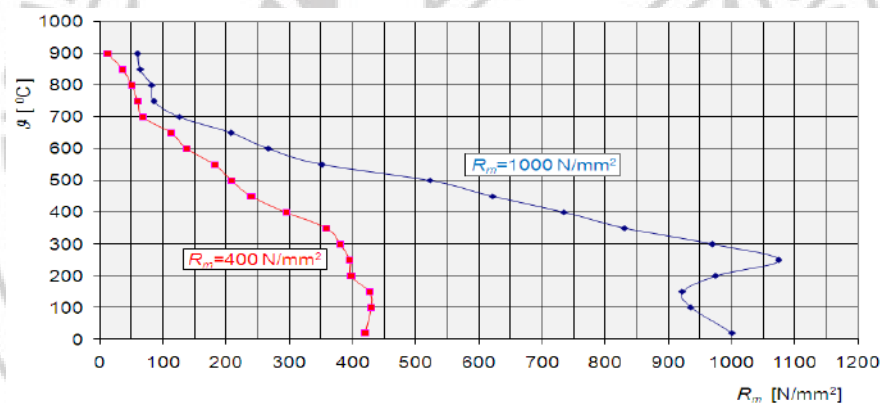
Slika 14: Držać nazubljenih ploča



Slika 15: Nazubljene ploče sa 2, 3, 5 i 6 zubaca

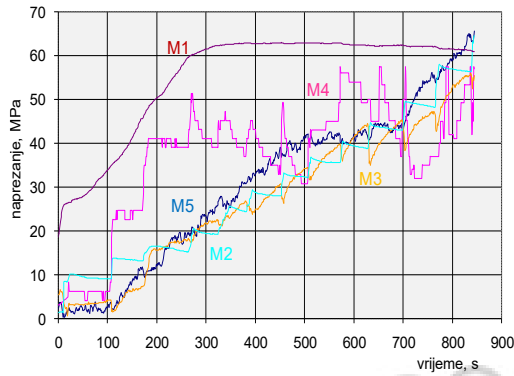
4. REZULTATI EKSPERIMENTALNIH ISPITIVANJA

Ispitivanja zatezne čvrstoće dva različita materijala profila na povišenim temperaturama (*Grafikon 1*) izvedena su na Institutu „Kemal Kapetanović“ u Zenici na Univerzalnoj kladnici za statička ispitivanja 200 kN, proizvođač Alfred J. Amsler. Kumulativne krivulje reprezentativnih valjačkih materijala korespondiraju sa istraživanjima A. Geleja [2], iz kojih se vidi da zbog pojave rekristalizacije čvrstoća materijala znatno opada sa porastom temperature.

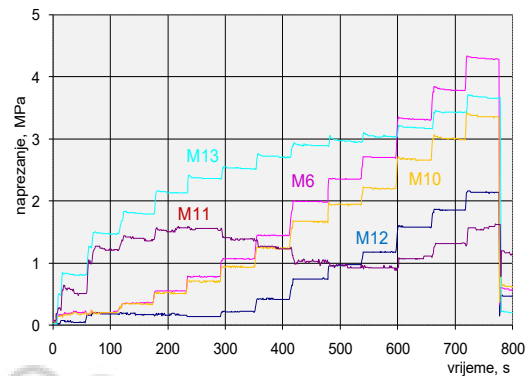


Grafikon 1: Kumulativne krivulje zavisnosti čvrstoće materijala profila od temperature [1]

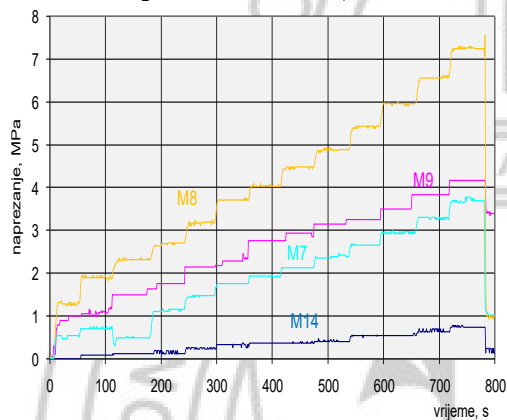
Na *Grafikonima 2. do 6.* prikazane su promjene napona na pilnom disku izazvane djelovanjem sila različitog intenziteta koje korespondiraju silama za vrijeme rezanja profila u vrućem stanju. Deformacije vratila date su na *Grafikonu 7.*



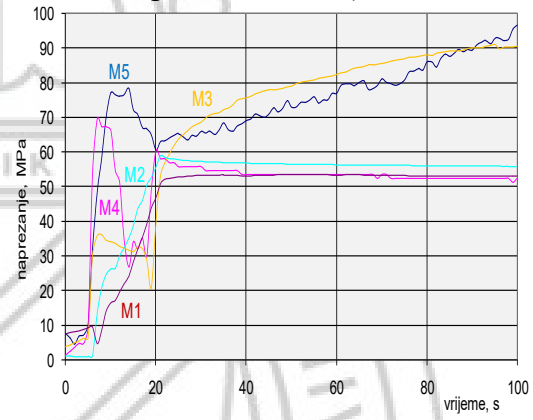
Grafikon 2: Naprezanja M1÷M5 pri povećanju otpora R (0÷25500) N, prirast 1960 N (test Z2-13 MPa)



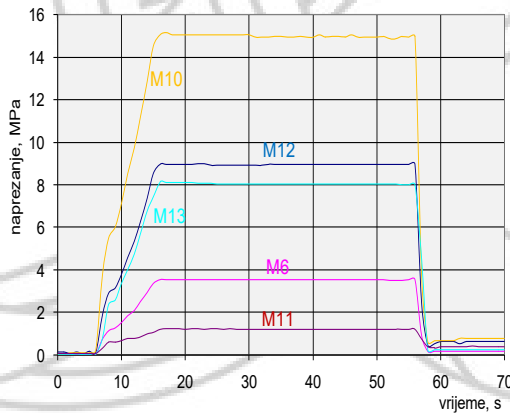
Grafikon 3: Naprezanja M6 i M10÷M13 pri povećanju otpora R (0÷25500) N, prirast 1960 N (test Z2-13 MPa)



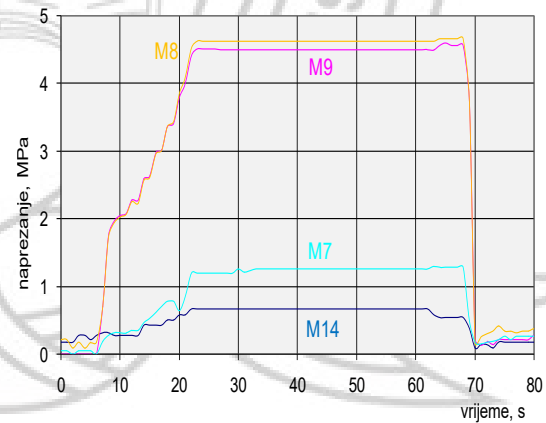
Grafikon 4: Naprezanja M7, M8, M9 i M14 pri povećanju otpora R (0÷25500) N, prirast 1960 N (test Z2-13 MPa)



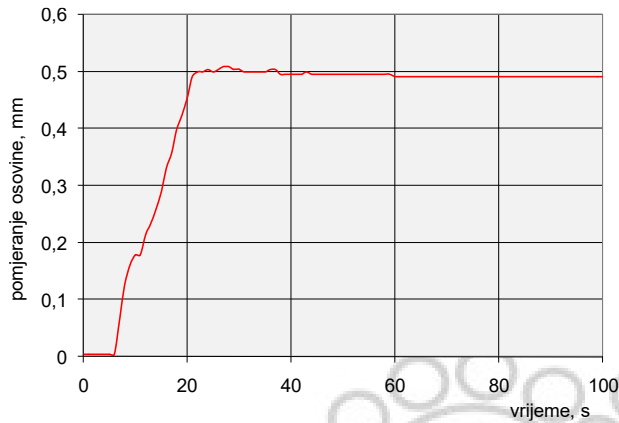
Grafikon 5: Naprezanja M1÷M5 pri kontinuiran. povećanju otpora R (0÷19600) N (test Z2-10 MPa)



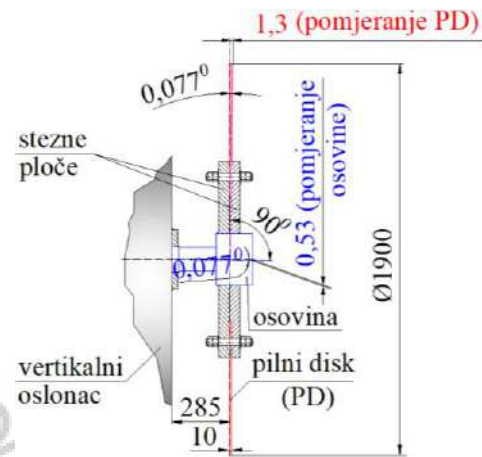
Grafikon 6: Naprezanja M6 i M10÷M13 pri kontinuiranom povećanju otpora R (0÷19600) N (test Z2-10 MPa)



Grafikon 7: Naprezanja M7, M8, M9 i M14 pri kontinuiranom povećanju otpora R (0÷19600) N, (test Z2-10 MPa)



Grafikon 7: Deformacija osovine PD pri kontinuiranom porastu otpora R ($0 \div 19600$) N - zahvat sa dva zuba



Slika 16: Deformacija osovine i PD

Zbog velikog obima izvršenih ispitivanja (postavljanje ukupno 14 mjernih traka na ozubljenom dijelu i tijelu pilnog diska, te mjerenja uz izmjenu četiri nazubljene ploče sa prekidnim i kontinuiranim uvođenjem otpora prodiranja R), u radu su prikazani karakteristični grafikoni naprezanja za slučaj ispitivanja sa dva zupca, dok su kompletni rezultati napona i deformacija prikazani u *Tabeli 1*.

Tabela 1: Rezultati ispitivanja naponsko-deformacionog stanja pilnog diska

Postepeno povećanje otpora prodiranja R (0÷25500) N sa prirastom od 1960 N (test 0÷13 MPa sa prirastom 1 MPa)					Kontinuirani porast otpora prodiranja R (0÷19600) N (test 0÷10 MPa)				
Mjerno mjesto	Broj zubaca u zahvatu				Mjerno mjesto	Broj zubaca u zahvatu			
	Z2	Z3	Z5	Z6		Z2	Z3	Z5	Z6
	Naprezanje, MPa					Naprezanje, MPa			
1	61	48	56	49	1	53	49	38	38
2	63	59	56	37	2	56	49	56	44
3	56	56	52	36	3	90	59	49	28
4	57	40	51	50	4	53	42	47	24
5	65	57	80	48	5	95	73	65	45
6	4,3	7,8	3,2	3,6	6	3,5	7,4	2,4	8,3
7	4,0	6,1	3,6	4,7	7	1,2	4,2	1,2	4,1
8	7,0	10,4	8,0	6,7	8	4,6	7,5	5,2	6,3
9	4,0	3,8	5,6	5,6	9	4,5	4,4	1,9	3,8
10	3,3	6,0	2,8	6,2	10	6,0	6,3	3,7	7,5
11	1,5	6,8	4,4	4,8	11	1,2	2,7	3,4	2,3
12	2,1	4,1	4,2	3,9	12	8,9	4,8	2,6	3,8
13	3,6	16	9,5	4,2	13	8,0	6,5	7,6	11,7
14	0,7	0,6	0,8	0,7	14	0,7	0,5	0,6	0,5
Deform.	0,55	0,57	0,52	0,56	Deform.	0,49	0,53	0,48	0,47

osovine mm					osovine mm				
---------------	--	--	--	--	---------------	--	--	--	--



ZAKLJUČAK

Provedena procedura eksperimentalnih ispitivanja pokazuje svu složenost istraživanja naponsko-deformacionih stanja na kompleksnoj, realnoj strukturi pilnog diska. Iako su tenzometrijska ispitivanja veoma zahtjevna u pogledu primijenjene opreme, stručnosti operatora i troškova istraživanja, ona realno detektiraju naponsko-deformaciono stanje sklopa PD tokom odsijecanja profila. Rezultati prikazani u *Tabeli 1.* predstavljaju preračunate vrijednosti izmjerenih mikrodeformacija na troosnim mjernim trakama u ekvivalentne napone prema von Misesovoj hipotezi o razaranju materijala.

Deformacije osovine PD izmjerena pomoću induktivnog davača pomjeranja, pokazuju ujednačene vrijednosti koje niti u jednom slučaju opterećenja nisu bile veće od 0,6 mm. S obzirom na krutu vezu osovine i pilnog diska preko steznih ploča, ovaj ugao se prenosi i na pilni disk prečnika Ø1900 mm, što uzrokuje deformaciju vrha PD od 1,3 mm i predstavlja prihvatljivo odstupanje sa aspekta statičke i dinamičke stabilnosti pilnog diska. Literaturni podaci [2], [19], [20] navode da se dozvoljene bočne deformacije homogenog pilnog diska za vrijeme odsijecanje profila u vrućem stanju kreću u opsegu 2 do 4 mm, pri kojima pilni disk radi u stabilnim uslovima.

Pomjeranja konzolne osovine usljed djelovanja otpora prodiranja R iznose oko 0,5 mm i uzrokuju zakrivljenje osovine za $0,077^\circ$. Rezultati izmjerenih ekvivalentnih napona na pilnom disku usljed otpora prodiranja R pokazuju prilično niske vrijednosti u odnosu na dozvoljeni napon u materijalu pilnog diska od 160 N/mm^2 . Eksperimentalnim ispitivanjima dejstvom otpora prodiranja R na pilni disk preko nazubljene ploče, potvrđena je hipoteza da su najveći naponi u zoni mjernih traka 1 do 5, tj. u području kontakta PD sa obratkom. Na mjernim mjestima koja su udaljena od mjesta kontakta, izmjerene vrijednosti napona i deformacija se značajno smanjuju, tako da se isti mogu zanemariti.

LITERATURA

- [1] Seferović, R. (2014), Prilog određivanju stabilnosti pilnog diska velikih dimenzija, Disertacija, Zenica
- [2] Čaušević, M. (1983), Obrada metala valjanjem, Sarajevo, Veselin Masleša
- [3] Celikov, A. I. (1946), Механизми прокатних станов, Москва, Маšgiz
- [4] Кузнецов, В. Д. (1977), Физика Резания И Трения Металлов и Кристаллов, Москва Издательство НАУКА
- [5] Ponton, C.B. (2007), Finite element analysis of industrial circular sawblade with respect to tensioning, rotating, cutting, and expansion slots, USA, Thesis submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University
- [6] Timošenko, S. i Gudier, J. N. (1962), Teorija elastičnosti, Beograd, GK
- [7] Rašković, D. (1985), Teorija elastičnosti, Beograd, Naučna knjiga
- [8] Bakić, A. (2009), Metoda kaustike u analizi kontaktnih problema kompozitnih materijala, <https://repozitorij.fsb.unizg.hr/object/fsb:6479/FILE0> (preuzeto 09. marta 2026.)
- [9] Hertz, H. (1882), On the contact of elastic solids, J. für die reine und angewandte Mathematik, 92, 156-171. <https://home.uni-leipzig.de/pwm/web/download/Hertz1881.pdf> (preuzeto 09. marta 2026.)
- [10] Boussinesq, J. (1892), Comptes Rendus de l'Academie des Sciences 114, 1510-1516.
- [11] Flamant, M. (1892), Equilibre d'elasticite – sur la repartition des pressions dans un rectangulaire charge transversalement, Comptes Rendus de l'Academie des Sciences 114, 1465-1468.
- [12] Vukojević, D. (1998), Teorija elastičnosti sa eksperimentalnim metodama, I izdanje, Zenica, Univerzitet u Sarajevu, Mašinski fakultet u Zenici
- [13] Johnson, K. L. (1985), Contact Mechanics, Cambridge University Press, Cambridge
- [14] Barber, J. R., Ciavarella, M. (2000), Contact mechanics. Int. J. of Solids and Structures 37, 29-43, <https://websites.umich.edu/~jbarber/IJSS.pdf> (preuzeto 10. marta 2026)
- [15] Popov, Valentin L. Heß, Willert, M.E. (2018), Handbook of Contact Mechanics, Exact Solutions of Axisymmetric Contact Problems, Springer-Verlag, Berlin, Technische Universität Berlin
- [16] www.sfsb.unios.hr/ksk/cvrstoca/web_cvrstoca/N.../N_d.pdf (preuzeto 13. marta 2026)
- [17] Geradin, M., Rixen, D. (1997), Mechanical Vibrations, Theory and application to structural dynamics, John Wiley & Sons
- [18] Dimargonas, A. (1996), Vibration for Engineers, Prentice-Hall
- [19] Koroljev, A. A. (1969), Konstrukcija i rasčot mašin i mehanizmov proкатnih станов, Москва, Izdateljstvo Metalurgija
- [20] Celikov, A. I. i saradnici (1988), Mašini i agregati metalurgičeskih zavodov-tom 3, Москва, Izdateljstvo Metalurgija