MATEMATIKA KAO PREDUVJET ZA SVLADAVANJE POMORSKIH KOLEGIJA TE OSPOSOBLJAVANJE POMORACA ZA OBAVLJANJE POSLOVA NA BRODU

Izv. prof. dr. sc. Tatjana Stanivuk, prof., email: tstanivu@pfst.hr
Marina Laušić, mag. math., email: msarac@pfst.hr
Karlo Kriletić, student, email: kkrileti@pfst.hr
Pomorski fakultet u Splitu, Sveučilište u Splitu
Ruđera Boškovića 37, 21000 Split, Hrvatska

Sažetak: Matematika je jedna od prvih znanosti koja je proizašla iz različitih vrsta problema s kojima su se ljudi suočavali kroz povijest, a kao takva jedna je od glavnih i temeljnih kolegija na svim tehničkim fakultetima. Znanja iz matematike se koriste u različitim pomorskim djelatnostima pa tako i u izobrazbi pomoraca. Kvalitetno obrazovanje pomoraca doprinosi stvaranju društva znanja neophodnog za ekonomski razvoj svake zemlje. Na Pomorskim fakultetima, primjerice na Pomorskom fakultetu Sveučilišta u Splitu, matematički kolegiji su obavezni na svim smjerovima. Savladavajući iste stječe se temeljno znanje potrebno za polaganje mnogih stručnih kolegija. Sama konstrukcija broda i njegova namjena, navigacija, sigurnost plovidbe i sl. ne bi bilo moguće bez znanja i primjene matematike.
Ključne riječi: matematika, pomorstvo, obrazovanje, primjena.

USING MATHEMATICS AS A PRECONDITION FOR MASTERING MARITIME SUBJECTS AND ENABLING SEAFARERS IN PERFORMING MARITIME TASKS

Abstract: Mathematics is one of the first sciences arising from different types of problems that people have faced throughout history, and as such is one of the main and core subjects at all technical faculties. Knowledge of mathematics is used in various maritime activities including the seafarers training. Quality of their education contributes to knowledge society creation which is necessary for economic development of each country. At the Faculty of Maritime Studies, such as the Maritime Faculty of Split, mathematical subjects are mandatory at all studies. The basic knowledge necessary to take many professional subjects is acquired by its overcoming. The structure of the ship and her purpose, navigation, safety of navigation and the like would not be possible without the knowledge and application of mathematics.
Key words: mathematics, maritime science, education, application.

1. Uvod

Pomorstvo je od samih početaka pa sve do danas raslo proporcionalno s napretkom i novim saznanjima na području znanosti, a jedna od tih znanosti je i matematika. Znanja iz matematike potrebna su pri svladavanju stručnih kolegija na Pomorskom fakultetu. Matematika je prisutna u pomorstvu od samog planiranja broda pa sve do rukovanja gotovim proizvodom odnosno navigacijom. U gradnji suvremenih brodova velika se pažnja posvećuje matematičkim mjerenjima i proračunima, što pridonosi njihovoj sigurnosti i stabilnosti. Znanja o matematičkim krivuljama ne pomažu samo graditeljima brodova već se koriste i u svakodnevnim poslovima samih pomoraca. Prisutnost matematike u pomorstvu očituje se i u navigaciji u kojoj se pomorci koriste uređajima kojima je princip rada zasnovan na najjednostavnijoj matematičkoj jednadžbi.

Razne krivulje koriste se prilikom očitavanja rada uređaja. Kako bi što više olakšali brodsku navigaciju te smanjili mogućnost ljudske pogreške, brodovi su danas opremljeni modernim sustavima i uređajima pri čijoj konstrukciji također važnu ulogu ima matematika.

2. Matematika u konstrukciji broda

Slika 1. Brod u izgradnji - izgled brodskog trupa u obliku krivulje (Izvor: Kriletić 2018.)

Gradnja broda kao djelatnost stara je više tisuća godina, a razvijala se usporedno sa razvojem čovječanstva tako da se danas grade brodovi od preko 300 000 tona nosivosti.

Osnovni materijal za gradnju broda je čelik. Suvremeni trgovački brod je spoj vještina, znanja utemeljenih na znanosti i teoriji, te iskustva inženjera brodogradnje u cilju stvaranja najefikasnijeg sredstva za obavljanje predviđenih zadataka. Izgradnja broda je veoma složen proces te za njegovu gradnju potrebna su znanja iz više znanosti pa tako i iz matematike. Graditeljima je veoma bitno imati znanja iz dijela matematičkih krivulja.

Brod je u svojoj konstrukciji prepun raznih krivulja. Sam izgled brodskog trupa je u obliku krivulje što je prikazano na slici 1, najčešće u obliku slova "U" ili "V", a takav oblik najviše podsjeća na oblik parabole. [57]

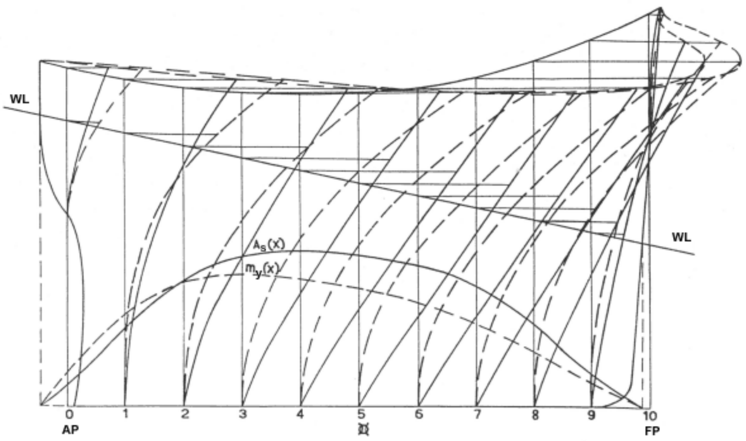
Upotreba Bonjeanovih krivulja (ili tablica) je dio proračuna geometrijskih karakteristika broda na zadanoj vodnoj liniji. Vodna linija je zadana gazovima na krmenoj i na pramčanoj okomici (općenito, ti gazovi nisu jednaki jer brodovi mijenjaju istisninu uslijed ukrcaja/iskrcaja tereta, potrošnje goriva, uzimanja balasta itd.).

Na nacrtu Bonjeanovih krivulja treba nacrtati trag vodne linije. Gazovi na krmenoj i na pramčanoj okomici se nanose od osnovice na odgovarajućoj okomici i dobivene točke spoje pravcem koji predstavlja trag vodne linije na simetralnoj ravnini broda (WL).

Presjecišta te vodne linije s rebrima određuju uron svakog rebra. Povlačenjem horizontalne crte na tom presjecištu do krivulje površine rebara i krivulje momenata istog rebra, mogu se očitati odgovarajuće veličine u mjerilu. Važno je napomenuti da se površina rebra i moment očitavaju na horizontali kroz presjecište vodne linije i rebra, a ne očitava se presjecište vodne linije i krivulje površina tog rebra ili krivulje momenta.[58]

[57] Stanivuk, Relja, i sur. (2017)
[58] Kriletić (2018)

Slika 2. Areala površina i momenata rebara na trimovanoj vodnoj liniji (Izvor: Kriletić 2018.)



Očitane vrijednosti površina i momenata se nanesu na odgovarajućim pozicijama rebara u istom mjerilu u kojem su nacrtane Bonjeanove krivulje. Tako se dobiju krivulje $A_s = A_s(x)$ i $m_y = m_y(x)$. Prva i zadnja točka svake od krivulja se općenito proteže do presjecišta vodne linije i konture broda pa se krajnje točke redovito ne poklapaju s nekim postojećim rebrom. Krivulja $A_s = A_s(x)$ je areala rebara, tj. krivulja koja pokazuje uzdužnu distribuciju površina rebara ispod promatrane vodne linije. Ako se promijeni vodna linija postupak se ponavlja i određuje nova areala.

Istisnina broda odgovara integralu areale rebara od prve točke na x_A do zadnje točke na x_F:

$$\nabla = \int_{x_A}^{x_F} A_S dx. \tag{1}$$

Analogno se integrira i krivulja momenata:

$$M_Z = \int_{x_A}^{x_F} m_y dx. \tag{2}$$

Uzdužni moment se odredi integriranjem areale rebara:

$$M_x = \int_{x_A}^{x_F} x A_S dx. \tag{3}$$

Za svaku vodnu liniju ovim se postupkom mogu odrediti tri osnovna podatka: volumen istisnine i dvije koordinate težišta istisnine. Svi kasniji hidrostatički proračuni se zasnivaju na ovim podacima.

Vodne linije i krivulja areala rebara

Osnovna jednadžba za opisivanje vodnih linija i krivulje areale rebara, po Tayloru glasi:

$$y = tx + ax^2 + bx^3 + cx^4 + dx^5 \tag{4}$$

gdje je:

y – poluširina ili ordinata krivulje areale rebara na bilo kojem rebru, izražena postotkom najveće širine, odnosno najveće ordinate areale;

x – udaljenost rebra od početka krivulje, izražena dijelom dužine od početka krivulje do najveće ordinate;

t – nagib krivulje na početku, t je brojčano jednak odsječku što ga tangenta na početak krivulje odrezuje na najvećoj ordinati.

Uvjeti za rješavanje jednadžbe su:

$$y = 1, \text{kad je } x = 1, \tag{5}$$

(ovim uvjetom određeno je jedino mjerilo krivulje i njeni krajevi), tada je:

$$\int_0^1 y dx = \varphi , \tag{6}$$

gdje je:

φ – koeficijent površine ispod krivulje. (Ovaj uvjet izražava činjenicu da je, uz najveću ordinatu i apscisu jednake jedinici, površina ispod krivulje jednaka koeficijentu punoće te krivulje.)

$$\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=1} = 0 \tag{7}$$

Ova jednadžba pokazuje da je pri maksimalnoj ordinati krivulja paralelna s osi x.

$$\left[\frac{d^2y}{d^2x}\right]_{x=1} = \alpha_1 \tag{8}$$

Ovom jednadžbom je izraženo da na apscisi $x = 1$ krivulja mijenja smjer nagiba. Veličina u promjeni nagiba može biti negativna (uvijek vrlo mala) ili jednaka nuli, a nikako ne može biti pozitivna.

Uvrštavanjem uvjeta u osnovnu jednadžbu i njenim sređivanjem dobije se:

$$y = C_y + \varphi C_\varphi + tC_t + \alpha_1 C_\alpha \tag{9}$$

Koeficijenti C_y, C_φ, C_t, C_α ovise samo o x. To znači da za neke određene vrijednosti t, α_1 i φ možemo izračunati ordinatu na svakom rebru i konstruirati krivulju.[59]

3. Matematika i elektronička navigacija

Za rješavanje zadataka navigacije koristi se velik broj elektronskih sredstava konstruiranih i izrađenih na različitim tehničkim i geometrijskim principima. Prilikom konstruiranja i rada uređaja koji pomažu pomorcima u navigaciji koriste se razne znanstvene discipline u skladu sa svim zakonima koje one nose. Uređaji, ovisno o namjeni, su konstruirani kako bi prikupili potrebne podatke koji su potrebni kako bi ih sam uređaj na koncu uvrstio u određenu matematičku jednadžbu koja nam daje krajnji rezultat odnosno podatak koji će pomorcu biti prikazan. Samim time bez poznavanja određenih matematičkih saznanja i pravila, konstruiranje samih uređaja ne bi bilo moguće. [60]

Dubinomjer

Dubina mora je jedan od vrlo važnih podataka u navigaciji, naime mjerenje dubine staro je koliko i sama navigacija. Dovoljna dubina je temeljni uvjet neophodan za sigurnu plovidbu broda. U samim počecima navigacije dubina se mjerila štapovima ili ručnim dubinomjerom. Zbog utjecaja moderne tehnologije i ljudskog napretka na području znanosti danas se koriste moderni uređaji poput hidrostatskog ili ultrazvučnog dubinomjera.

---

[59] Bajrić (2016)

[60] Stanivuk, Galić, i sur. (2017)

Ultrazvučni dubinomjer

Ultrazvučni dubinomjer je uređaj koji mjeri dubinu tako da odašilje impulse te ih nakon što se odbiju od dno prima. Na temelju vremena koje je potrebno impulsu da prijeđe taj put i brzine zvuka kroz vodu, dubina se izračunava pomoću najjednostavnije matematičke jednadžbe:

$$d = \frac{vt}{2} \tag{10}$$

Brodski brzinomjeri

Važan podatak u pomorstvu je brzina, potrebna je u bilo kojem daljnjem izračunu poput zbrojene pozicije, izračunu dolaska broda s putovanja te planiranju putovanja. U početku se brzina mjerila puštanjem konopa s broda te bi se brojili čvorovi (koji su napravljeni na konopu u pravilnim razmacima) u određenoj jedinici vremena, odakle je i potekla mjerna jedinica za brzinu-čvor. Danas se brzina broda mjeri uređajem koji se naziva brzinomjer.

Bočni ili holandski brzinomjer

U nedostatku brzinomjera, približna brzina broda se može odrediti na osnovi dužine broda (bočni ili holandski brzinomjer). Pri tome se mjeri vrijeme potrebno da brod prijeđe put jednak svojoj dužini (l) u metrima. Vrijeme (t) u sekundama se mjeri na osnovu prolaza u more bačene daščice točno bočno od pramčane do krmene statve ili okomice ili neke druge točno određene dužine na brodu.

$$\frac{v}{l} = \frac{3600}{t}$$
$$v = \frac{l}{t \cdot 3600} \tag{11}$$

Da bi se dobio točniji rezultat, obično se u račun uzima srednje vrijeme prolaza 3 do 5 bačenih daščica. Ako je brod usidren na ovaj način se može odrediti brzina struje.

Rotirajući brzinomjer

Princip rada ovih brzinomjera se zasniva na mjerenju prijeđenog puta u horizontalnoj ravnini za određen broj okretaja nekog propelera ili turbine koji nije pogonski. Za poznati korak propelera (h) i određen broj okretaja (N) prijeđeni put je:

$$D = h \cdot N \tag{12}$$

Kutna brzina propelera je jednaka:

$$\omega = \frac{dN}{dt} \tag{13}$$

Ako se gornji izraz diferencira po vremenu dobije se brzina okretaja propelera:

$$vN = \frac{dD}{dt} = h \cdot \frac{dN}{dt} = h \cdot \omega \tag{14}$$

Na osnovi broja okretaja propelera moguće je odrediti prijeđeni put rješavajući gornji izraz, a brzina kroz vodu se određuje mjerenjem kutne brzine propelera ili računski iz prijeđenog puta i vremena.

GPS (eng. Global Positioning System)

U postupku određivanja položaja satelitskim sustavom, udaljenost satelitske i prijamne antene jednaka je putu kojeg je prešla satelitska zraka (radijski signal):

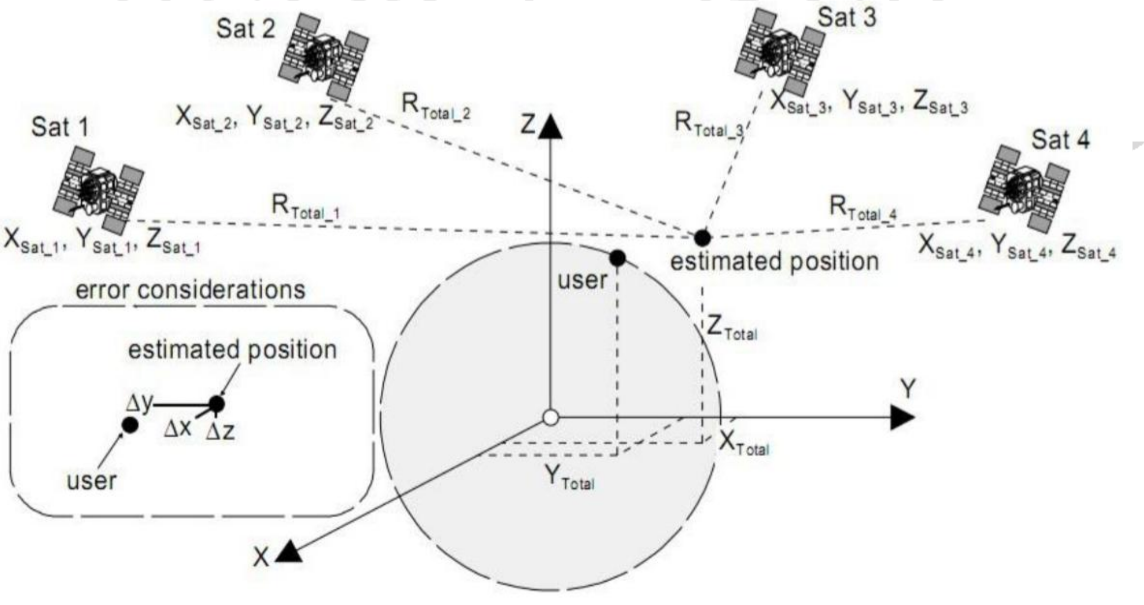
$$d = \sqrt{(X_{Sat} - X_u)^2 + (Y_{Sat} - Y_u)^2 + (Z_{Sat} - Z_u)^2} = (X_{Sat} - X_u)d = C \cdot (T_{rx} - T_{tx}) \tag{15}$$

Zbog pogreške korisničkog sata i ostalih uzroka pogrešaka određivanja položaja satelitskim sustavima, korisnička oprema ne mjeri stvarnu udaljenost, već je ona uvećana za posljedice pogrešaka, veličina nazvana pseudoudaljenost ρ (k) predstavlja jednadžbu koja se odnosi na (k)-ti satelit:

$$p^{(k)} = (X_{sat}^{(k)} - X_u) + b + \varepsilon^{(k)} \tag{16}$$

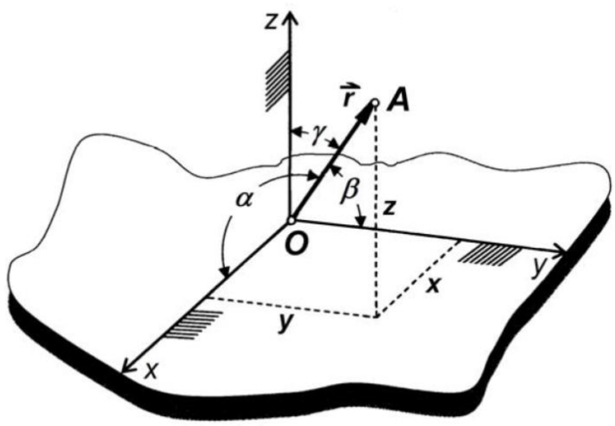
Uz pretpostavku zanemarivo male preostale pogreške ε, gornji izraz postaje temeljnim modelom procjene položaja korisnika postupkom satelitske navigacije. Za rješavanje sustava, potrebno je definirati barem četiri neovisne jednadžbe gornjeg tipa, što se postiže mjerenjem pseudoudaljenosti s barem četiri satelita približno u isto vrijeme. Sustav četiri jednadžbe s četiri nepoznanice (tri koordinate položaja u prostornom koordinatnom sustavu, te nepoznata pogreška korisničkog sata) rješavaju se tzv. Newton-Raphsonovim postupkom, koji uključuje linearizaciju.

Slika 3. Princip rada GPS-a (Izvor: Kriletić 2018.)



4. Matematika i tehnička mehanika

Slika 4. Kartezijev sustav u mehanici (Izvor: Kriletić 2018.)

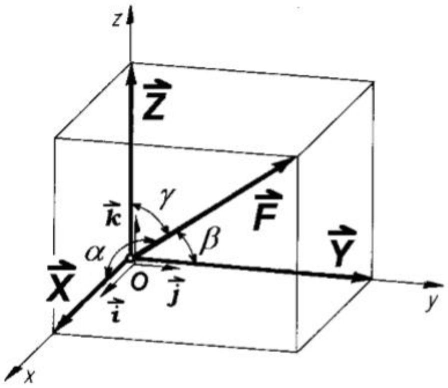


Prostor je geometrijsko područje u kojem se prikazuje položaj tijela. On se uvijek određuje u odnosu na neki pogodan koordinatni sustav, a temelji se na mjerenju udaljenosti. Ako se koordinatni sustav veže za površinu Zemlje, tada se on može smatrati apsolutno nepomičnim i predstavlja tzv. referentni k. sustav. Najčešće je to Descartesov pravokutni desni koordinatni sustav, u kome je položaj neke točke A određen s tri koordinate (*x*, *y*, *z*), odnosno s tri dužine koje se mjere od ishodišta O u pravcima k. osi.

Položaj neke točke A može se odrediti i vektorom položaja r, usmjerenom veličinom koja je određena dužinom (OA) i orijentacijom u prostoru (kutovi *α, β* i *γ* prema k. osima *x*, *y* i *z*). Dakle, u mehanici postoje dvije vrste veličina: skalari i vektori. Skalari su neusmjerene veličine određene samo svojom brojčanom vrijednošću (veličinom), kao npr. duljina, vrijeme, masa, temperatura itd. Vektori su usmjerene veličine za čiji je opis osim brojčane vrijednosti potreban i položaj u prostoru, kao npr. sila, pomak, brzina, ubrzanje itd.

Sila je pojam koji u statici ima primarno značenje. Osim grafičkog prikaza, silu je moguće predstaviti i analitički preko svojih komponenata, odnosno ortogonalnih (okomitih) projekcija na osi izabranog k. sustava.[61].

Slika 4. Prikaz sile u Kartezijevom koordinatnom sustavu (Izvor: Kriletić 2018.)



Iz slike je vidljivo da je sila *F* prostorna dijagonala kvadra, koja s koordinatnim osima *x*, *y* i *z* zatvara kutove *α, β* i *γ*, pa vrijedi:

[61] Kulenović (2007)

$$X = F \cdot cos\alpha , \qquad Y = F \cdot cos\beta , \qquad Z = F \cdot cos\gamma \tag{17}$$

Na osnovi Pitagorina poučka, slijedi veličina sile:

$$F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \tag{18}$$

5. Zaključak

Prilikom osposobljavanja za obavljanje raznih djelatnosti vezanih uz pomorstvo potrebno je koristiti stečeno znanje iz matematike. Razne krivulje koriste u konstrukciji broda pri planiranju njegove forme odnosno rasporedu rebara, izračunu momenata, rasporedu težine i opterećenju brodskog trupa. U suvremenoj navigaciji koristi se velik broj elektronskih uređaja konstruiranih i izrađenih na različitim tehničkim i geometrijskim principima. Prilikom konstruiranja i rada uređaja koji pomažu pomorcima u navigaciji koriste se razne znanstvene discipline u skladu sa svim zakonima koje one nose, a najvažnija je matematika. Uređaji, ovisno o namjeni, konstruirani su kako bi prikupili potrebne podatke koje uređaj na kraju uvrsti u određenu matematičku jednadžbu koja daje krajnji rezultat odnosno podatak koji će pomorcu biti prikazan. Samim time bez poznavanja određenih matematičkih saznanja i pravila, konstruiranje samih uređaja ne bi bilo moguće. I nemoguće je nabrojati, kako sve kolegije koje pomorac mora položiti da bi stekao određena znanja bez kojih ne bi ni mogao obavljati poslove na brodu, tako i sve dijelove u kojima je matematika zastupljena. Dakle, bez znanja matematike i njene primjene u djelatnostima vezanim za pomorstvo, posao pomoraca bio bi znatno teži. Suvremeno pomorstvo naprosto ne bi doseglo razinu kakva je danas bez primjene znanja iz matematike tijekom razvoja pomorstva. Navigacija brodovima bila bi znatno otežana, brodovi ne bi bili moderni, brzi i sigurni kao što su to sada. Očito je da postoji neraskidiva veza između matematike i pomorstva sa tim da ipak pomorstvo ne može bez matematike dok matematika bez pomorstva može.

LITERATURA

[1] Apsen, B., (1989), *Repetitorij više matematike*, Tehnička knjiga, Zagreb
[2] Bojanić, M., (2014), *Matematika u pomorstvu*, Završni rad, Pomorski fakultet u Splitu, Split
[3] Bajrić, I., (2016), *Krivulje u praktičnim primjerima u pomorstvu,* Završni rad, Pomorski fakultet u Splitu, Split
[4] Dvornik J., Dvornik S., (2013), *Konstrukcija broda*, Pomorski fakultet u Splitu, Split
[5] Klaričić-Bakula, M., (2007), *Uvod u matematiku*, Prirodoslovno matematički fakultet u Splitu, Split
[6] Kriletić, K., (2018), *Važna uloga matematike za svladavanje ostalih kolegija na pomorskom fakultetu,* Završni rad, Pomorski fakultet u Splitu, Split
[7] Kulenović, Z., (2007), *Tehnička mehanika*, Pomorski fakultet u Splitu, Split
[8] Stanivuk, T., Relja, A., Bajrić, I., (2017), Krivulje u pomorskoj navigaciji, *Zbornik radova / VI International Symposium New Horizons 2017 of Transport and Communications,* Saobraćajni fakultet Doboj.
[9] Stanivuk, T., Galić, S., Bojanić, M., (2017), Mathematics as a Science and Marine Activity Follow Each Other Throughout History, *Transactions on Maritime Science* (1848-3305) 6, 1; 55-60.