



## TEORIJSKO-METODOLOŠKE OSNOVE TEORIJE IGARA

**prof. dr. Sead Rešić, email: [sresic@hotmail.com](mailto:sresic@hotmail.com)**

Prirodno matematički fakultet, Univerzitet u Tuzli

**Anela Hrnjičić, MA, email: [anela\\_muran@hotmail.com](mailto:anela_muran@hotmail.com)**

Mješovita srednja tehnička škola Travnik

**Maid Omerović**

Edukacijski fakultet Travnik, Univerzitet u Travniku

**Fatima Bektaš-student, email: [bektasfatima@gmail.com](mailto:bektasfatima@gmail.com)**

Internacionalni Univerzitet Travnik u Travniku, Bosna i Hercegovina

**Sažetak:** Teorija igara je znanstvena disciplina koja se primjenjuje u mnogim znanstvenim područjima, a najviše u području društvenih znanosti, ponajprije u ekonomiji. Teorija igara ima zadatak pronalaženja rješenja u situacijama konkurencije, u kojima se djelomično ili potpuno sukobljavaju interesi najmanje dva protivnika, a rješenje konflikta određeno je akcijama svih strana koje sudjeluju u konfliktu. U ovom radu dajemo teorijsko metodološke osnove teorije igara. Definirane su strateške i kooperativne igre, historijski razvoj teorije igara, ravnoteža u strateškim igrama, te je ukazano na mogućnost primjene tih igara u ekonomiji. Prikazan je postupak određivanja Nashove ravnoteže u uvjetima postojanja duopola. Teorija igara svoju primjenu našla je u mnogim znanostima i to od političkih znanosti, prava, filozofije, historiji sve do evolucijske teorije igara i biologije. Naša koncentracija će biti upravo primjena u ekonomiji koja je i glavna motivacija za sam razvoj teorije igara. Značaj se ogleda u prikazu načina rješavanja ekonomskih problema pomoću matematičke logike i primjenom teorije igara.

**Ključne riječi:** teorija igara, strateške igre, Nashova ravnoteža, Cournotov model duopola, primjena teorije igara

## THEORETICAL AND METHODOLOGICAL FOUNDATIONS OF THEORY OF GAMES

**Abstract:** The theory of games is a scientific discipline which is applied in various scientific areas, but mostly in the area of social studies, primarily in Economics. Theory of games has a task to find solutions in competitive situations where, partly or completely, the interests of at least two opponents are in conflict, and conflict resolution is defined by actions of all parties involved in the conflict. In this research, theoretical and methodological foundations of theory of games are analyzed. Strategic and cooperative games will be defined, as well as historical development of theory of games, balance in strategic games, and also the possibility of application of these games in Economics will be presented. The procedure of determining Nash Equilibrium in conditions of existing duopoly will be described. Theory of games found its application in different sciences, including Politics, Law, Philosophy, History, and all the way to Evolutionary theory of games and Biology. This paper will be primarily focused on application of theory of games in Economics, which is the main motivation for its development. The significance of this research is evident in demonstration of the manner of solving Economics problems, using Mathematical logic and theory of games.

**Keywords:** theory of games, strategic games, Nash Equilibrium, Cournot's duopoly model, application of theory of games



## 1. UVOD

U svakodnevnom životu, kao i u poslovnoj praksi, stalno se susrećemo sa situacijama u kojima je prisutna neka vrsta interakcije između ljudi, odnosno privrednih subjekata. „Ako ovu interakciju promatramo kao igru onda možemo reći da ljudi stalno igraju neku vrstu igre. Tako npr. dok vozimo auto ulicom mi igramo igru sa vozačima drugih auta, kada vlasnik prodavaonice određuje cijene robe koju prodaje on igra igru s kupcima i s vlasnicima konkurentskih prodavaonica, kada profesor priprema pitanja za ispit on igra igru sa studentima itd., što znači da je fenomen igre opće prisutan.“<sup>365</sup>

Poznati engleski filozof Francis Bacon je rekao: „Zanemarivanje matematike šteti svakom znanju“. Uzimajući u obzir izreku slavnog filozofa, možemo konstatirati kako je razumijevanje situacija konflikata između dva ili više sudionika nemoguće bez korištenja matematike kao znanosti.

U ovom radu objasniti ćemo sam pojam teorije igara i kako se ona razvijala kroz historiju te koji su matematičari dali fundamentalan doprinos razvoju Teorije igara. Isto tako, poseban naglasak će biti i na mogućnostima primjene ove matematičke discipline. Teorija igara svoju primjenu našla je u mnogim znanostima i to od političkih znanosti, prava, filozofije, historiji sve do evolucijske teorije igara i biologije. Naravno, naša koncentracija će biti upravo primjena u ekonomiji koja je i glavna motivacija za sam razvoj teorije igara.

## 2. POJAM TEORIJE IGARA

Teorija igara je matematička disciplina koja se počela razvijati početkom 20. stoljeća. Ova matematička disciplina naziv je dobila po tome što „tipični primjeri strateške interakcije u svakodnevnom životu predstavljaju igre kao što su šah, igre s kartama i slično.“<sup>366</sup> Zbog toga se u teoriji igara većinom koriste pojmovi uzeti iz klasičnih igara (pr. igra, igrač...), ali se prilikom analize konfliktne situacije vrši pojednostavljenje i u obzir se uzimaju samo faktori koji imaju utjecaj na ishod konflikta. Stoga, „teoriju igara (engl. *game theory*, njem. *Spieltheorie*) možemo definirati kao znanstvenu disciplinu koja se bavi opisivanjem konfliktnih situacija i iznalaženjem odgovarajućih modela za njihovo rješavanje.

Teorija igara ima zadatak pronalaženja rješenja u situacijama konkurencije, u kojima se djelomično ili potpuno sukobljavaju interesi najmanje dva protivnika. Rješenje konflikta određeno je akcijama svih strana koje sudjeluju u konfliktu. Teorija igara bavi se situacijama koje imaju sljedeća svojstva:

- moraju postojati barem 2 igrača;
- igra počinje tako da jedan ili više igrača izaberu između specificiranih alternativa;
- nakon što je izbor pridružen prvom potezu, rezultat je određena situacija koja određuje tko vrši sljedeći izbor i koje su mu alternative otvorene;
- pravila igre određena su pravilom određivanja koje specificira način ponašanja igrača;
- svaki potez u igri završava situacijom koja određuje isplatu svakog bonificiranog igrača (bonificirani igrač je onaj koji vrši izbore i prima isplate).“<sup>367</sup>

<sup>365</sup> Kozarević, S.: **Konflikt i teorija igara**, OFF-SET, Tuzla, 2009., str. 65.

<sup>366</sup> Ibid, str. 65

<sup>367</sup> Rječnik financijskih pojmova, dostupno na: <http://wmd.hr/rjecnik-pojmova-t/web/teorija-igara>



Temeljni problem teorije igara je definirati kako odabrati optimalnu akciju (akciju koja maksimizira korist za određenog igrača), ali uz znanje da u okolini postoje i drugi igrači, i da na konačnu korisnost neke akcije ne utječe samo odabir igrača, nego i odluke ostalih igrača.

### 3. RAZVOJ TEORIJE IGARA

Teorija igara je relativno nova matematička disciplina koja se počela razvijati početkom prošlog stoljeća, a možemo reći da je sam nastanak usko povezan s potrebom za kvantitativnom analizom konfliktnih situacija u kojima je potrebno da se u obzir uzmu interesi svih strana u konfliktu. Međutim, ovaj problem teorije igara seže puno dublje u prošlost, a s vremenom se javio i sve veći broj onih koji su razmatrali ovaj problem.

Prva razmatranja o problematici teorije igara javljaju se početkom nove ere, a u pitanju je rasprava o problemu bračnog ugovora iz Talmuda. „Naime, radi se o utvrđivanju vrijednosti imovine jednog čovjeka koju će naslijediti svaka od njegove tri supruge s tim da način na koji će se izvršiti podjela zavisi od iznosa koje preostane nakon njegove smrti.“<sup>368</sup>

Naravno, tijekom vremena javljali su se brojni matematičari koji su se bavili problemom teorije igara i situacijom konflikta, ali ipak osnivačem teorije igara se smatra John von Neumann i Oskar Morgenstern koji su prvi objavili knjigu na ovu temu nazvavši je *Teorija igara i ekonomsko ponašanje* (*Theory of games and economic behavior*). „Ova knjiga predstavlja korijen u razvoju teorije igara, a u njoj su izložene osnove igara dva igrača sa sumom nula i kooperativnih igara pri čemu je težište usmjereno na primjeni u ekonomiji.“<sup>369</sup>



Slika 1. John von Neumann

Izvor: [https://sh.wikipedia.org/wiki/John\\_von\\_Neumann](https://sh.wikipedia.org/wiki/John_von_Neumann)

John von Neumann je bio židovski Mađar koji se bavio matematikom i dao veliki doprinos kvantnoj fizici, funkcionalnoj analizi, ali i ekonomiji. Neumann se rodio u Budimpešti 1903. godine, a kao i većina znanstvenika umro je u SAD-u (Washington) u dobi od 53 godine.

Bavio se: matematičkom logikom, kvantnom fizikom, računarstvom, kibernetikom, nuklearnim bombama, mehanikom fluida, teorijom igara, ekonomskim rastom, evolucionom

<sup>368</sup>Kozarević, S., op.cit., str.68

<sup>369</sup>Ibid, str.68.



biologijom, teorijom rata i konflikta, ćelijskim automatima, teorijom samoreprodukcije... Napisao je 150 objavljenih radova - 60 iz čiste matematike, 20 iz fizike, i 60 iz primijenjene matematike.



Slika 2. Oskar Morgenstern

Izvor: <https://www.google.ba/search?q=Oskar+Morgenstern+slika>

Oskar Morgenstern je bio njemački matematičar. Rodio se 1902. u Njemačkoj, a umro je 1977. u SAD-u. Glavno područje interesa Oskara Morgensterna bila je ekonomija, i s njom povezana teorija igara. Napisao je nekolicinu radova, od kojih je zasigurno napoznatija *Theory of games i economic behavior* (zajedno s John von Neumann-om), *Political conjecture in military planning*, *The limits of economics* i brojni drugi.

Najveći doprinos teoriji igara poslije Drugog svjetskog rata ostvaren je proširivanjem Neumann-ovog i Morgenstern-ovog koncepta. „Svakako najznačajniju ulogu u proširivanju ovog koncepta imaju dobitnici Nobelove nagrade za zasluge u razvoju teorije igara John. F. Nash, John C. Harsanyi i Reinhard Selten. Njihove ideje su izazvale pravu „eksploziju“ u razvoju teorije igara u osamdesetim godinama ovog vijeka.“<sup>370</sup>

John F. Nash, matematičar koji je zasigurno dao jedan od najznačajnijih doprinosa u razvoju teorije igara, definirao je ravnotežu u nekooperativnim igrama s konačnim brojem igrača. Ravnoteža nosi njegovo ime, a definira se kao najbolja strategija igrača na strategije ostalih igrača.

John F. Nash je američki matematičar rođen u Bluefildu 1928. godine. Radio je na Teoriji igre (Game theory), diferencijalnoj geometriji i djelom diferencijalnim jednačinama. Njegove teorije se koriste na području ekonomije, računarstva, evolucionarne biologije, umjetne inteligencije, te kod političkih i vojnih teorija. Dobitnik je Nobelove nagrade za ekonomiju 1994.godine. Po njemu je snimljen biografski film *Genijalni um* (2001.).

---

<sup>370</sup>Ibid, str. 69.



Slika 3. John F. Nash

Izvor: [https://en.wikipedia.org/wiki/John\\_Forbes\\_Nash\\_Jr.](https://en.wikipedia.org/wiki/John_Forbes_Nash_Jr.)

„Sve do posljednjeg desetljeća proteklog vijeka, akademsko znanje iz oblasti teorije igara je stvarano unutar malog kruga istraživača između kojih je ono i cirkuliralo. Nakon toga počinju se pisati i prvi udžbenici o teoriji igara tako da ona postupno postaje standardna disciplina na preddiplomskom i postdiplomskom studiju većine fakulteta na kojima se izučavaju ekonomske i druge društvene nauke.“<sup>371</sup>

Istraživanja na području teorije igara nastavljena su i u današnja vremena. Najvjerniji dokaz tome je Nobelova nagrada za ekonomiju 2005. godine koju su dobili Thomas Schelling i Robert Aumann za primjenu teorije igara u društvenim naukama. Schellingu je nagrada pripala zbog njegovih proučavanja primjene teorije igara u međunarodnim odnosima, a Aumann za analizu dugoročnog kooperativnog ponašanja i igre s beskonačnim ponavljanjem. U cilju jednostavnijeg razumijevanja historijskog razvoja, sljedeća tablica prikazuje sistematiziran prikaz Walker-ove hronologije razvoja teorije igara.

Tablica 1. Walker-ova hronologija razvoja teorije igara

| GODINA | IZVOR                                                                | PROBLEM                                                                                                             |
|--------|----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 0-500. | Talmud                                                               | Problem bračnog ugovora                                                                                             |
| 1713.  | J. Waldegrave, Waldegrave-ovo pismo                                  | Prva poznata upotreba minimax strateškog rješenja u jednoj igri sa kartama                                          |
| 1838.  | A. Cournot, Istraživanja o matematičkim principima teorije bogatstva | Razmatra se poseban slučaj duopola i koncept rješavanja koji predstavlja ograničenu verziju Nash-ovog ekvilibrijuma |
| 1871.  | C. Darwin, Porijeklo čovjeka i izbor i povezanost pola               | Razmatra se problem ravnoteže u rađanju muške i ženske djece                                                        |
| 1881.  | F. Y. Edgeworth, Pokušaj primjene matematike u društvenim naukama    | Razmatra se problem određivanja prihoda u trgovini između pojedinaca                                                |

<sup>371</sup>Ibid, str. 71.



|          |                                                           |                                                                                                                                                  |
|----------|-----------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1913.    | E. Zermelo, Zermelova teorema                             | Teorem koji dokazuje da u partiji šaha svaki igrač može iznuditi pobjedu ili barem meni                                                          |
| 1921-27. | E. Borel, Četiri rada o strateškim igrama                 | Prva suvremenija formulacija mješovite strategije zajedno sa pronalaženjem minimax rješenja za igre dva igrača sa tri ili pet mogućih strategija |
| 1928.    | J. von Neumann, Teorija društvenih igara                  | Dokaz minimax teorije                                                                                                                            |
| 1930.    | F. Zeuthen, Problemi monopola i ekonomskog rasta          | Ponujen je koncept rješavanja problema pregovaranja                                                                                              |
| 1934.    | R. A. Fisher, Slučajnost i stara enigma u igri sa kartama | Potpuno nezavisno je otkriven koncept rješavanja igre sa kartama koji je ranije koristio Waldegrave                                              |
| 1938.    | Ville, Villeov dokaz                                      | Novi dokaz minimax teorije                                                                                                                       |

*Izvor: Kozarević, S.: Konflikt i teorija igara*

#### 4. OBLICI U KOJIMA SE PREDSTAVLJAJU IGRE

Strateška interakcija, odnosno igra, može biti predstavljena na različite načine u zavisnosti o tome kako želimo izvršiti analizu. Postoje tri osnovna oblika u kojima se igre pojavljuju: ekstenzivni (sekvencijalni), strateški (normalni) i koalicijski oblik.<sup>372</sup>

##### 4.1. Ekstenzivni oblik igre

Ekstenzivni oblik igre je predstavljen u obliku stabla igre i idealan je za primjenu jednostavnijih igara. Igra počinje kad jedan igrač poduzme akciju. Nakon toga, ostali igrači odgovaraju svojim akcijama. Te se taj postupak ponavlja do završetka igre, kad svaki igrač dobije isplate (payoff) sukladno poduzetim akcijama svih igrača. Sve moguće akcije igrača prikazane su u stablu igre. Osim sudionika u igri (igrača) utjecaj na ishod igre može imati i priroda, ovisno o vremenu ili stanjima u kojima se pojavljuje. U tom slučaju prirodu rangiramo kao nultog igrača, te ona svoje strategije „bira“ distribucijom vjerovatnoće, koja je poznata svim ostalim igračima.

U trenutku poduzimanja akcije, igrač koji povlači potez nalazi se u tački odlučivanja. A ukoliko je tom istom igraču, prije nego što povuče (odigra) potez, poznata tačka odlučivanja u kojoj se nalazi, ta tačka predstavlja informacijski skup, ili njegov dio. Naime, ako se nakon poduzimanja akcije igrač može naći u „m“ novih tačaka odlučivanja, gdje svaka poduzeta akcija vodi do različite tačke, onda ovih  $m$  tačaka predstavlja informacijski skup.

<sup>372</sup>Ibid, str. 72.



Informacijski skup može sadržavati bilo koji broj tačaka odlučivanja, ali svaka tačka odlučivanja u okviru informacijskog skupa mora imati isti broj grana (akcija) koje izlaze iz nje.<sup>373</sup>

Ekstenzivni oblik igre je pogodan za male igre upravo zbog svoje jednostavnosti. Ukoliko bi se veća igra od 5 faza predstavljala stablom igre bila bi nepregledna, te bi svaki igrač imao prevelik broj tačaka odlučivanja. Zato se ekstenzivni oblik koristi uglavnom za ilustraciju osnovnih koncepata teorije igara.

#### **4.2.    *Strateški (normalni) oblik igre***

Strateški oblik igre se bazira na akcijama koje igrači povlače u tačkama odlučivanja. Cilj u ovom obliku igre je poduzimati akcije u smjeru dostizanja jednog krajnjeg cilja. Sve te poduzete akcije predstavljaju strategiju igrača. Strategija specificira akcije igrača u svakoj tački odlučivanja, te opisuje kako će se igrač ponašati za vrijeme igre. Te svaka akcija doprinosi realizaciji strategije.

Strategija može specificirati da se izbor akcija vrši u skladu sa nekom distribucijom vjerovatnoće.<sup>374</sup> Na primjer, strategija nekog igrača u prvoj fazi može biti izabrati lijevo sa vjerovatnoćom 0,3 i desno sa vjerovatnoćom 0,7, te u svakoj daljnjoj fazi s drugim vjerovatnoćama. Takve strategije nazivamo mješovitim strategijama. Suprotno od mješovitih, strategije koje nisu distribuirane vjerovatnoćama, nazivamo čistim strategijama.

Strateški oblik igre je veoma pogodan za analizu i pomoću njega možemo analizirati mnogo veće igre nego pomoću ekstenzivnog oblika. Međutim, strateški oblik prikriva informacije o poduzetim akcijama u toku igre, što predstavlja njegov najveći nedostatak.<sup>375</sup>

#### **4.3.    *Koalicijski oblik igre***

U koalicijskom obliku, igra se javlja u formi sa karakterističnom funkcijom, to jest u koalicijskoj formi. Osnovna funkcija ovog oblika igre nisu ni tačke odlučivanja, ni strategije pojedinih igrača, već pregovaranja igrača o poduzimanju akcija. Igrači prije igre pregovaraju o tome što da rade u igri. Kao rezultat pregovaranja može biti zaključen i potpisan sporazum koji je obavezan za sve potpsinike. Podgrupa igrača koja pravi sporazum naziva se koalicija. Zbog suradnje među igračima u središtu pažnje su moguće isplate koje stoje na raspolaganju svakom igraču, pa se ove igre predstavljaju pomoću karakteristične funkcije koja se dodjeljuje svakoj mogućoj koaliciji. Ovaj oblik igre idealan je za predstavljanje kooperativnih igara.

### **5. NASHOVA RAVNOTEŽA U STRATEŠKIM IGRAMA**

John Forbes Nash, Jr. (Bluefield, Zapadna Virginia, 13. lipnja 1928.) američki je matematičar. Radio je na Teoriji igre, diferencijalnoj geometriji i dijelom na diferencijalnoj jednačini.

---

<sup>373</sup>Ibid, str. 73.

<sup>374</sup>Ibid, str. 75

<sup>375</sup>Ibid, str. 77



Njegove teorije se koriste na području ekonomije, matematike, evolucionarne biologije, umjetne inteligencije, te kod političkih i vojnih teorija. Dobitnik je Nobelove nagrade za ekonomiju 1994. godine i po njemu je snimljen film "Genijalni um" (2001.). Radio je na Harvardu i na Princetonu. Na Princetonu je radio na Teoriji ravnoteže. 1950. godine je doktorirao sa 28 stranica rada. Teza, pisana pod nadzorom Alberta W. Tuckera, sadrži definiciju za ono što će kasnije nazvati Nashova ravnoteža.

Nashova ravnoteža je situacija u kojoj svaki sudionik igre (na temelju date strategije drugog igrača) izabire strategiju koja rezultira najvišom isplatom. Pritom se podrazumjeva racionalnost igrača, tj. oni promišljaju o posljedicama poduzetih aktivnosti, odnosno uzimaju u obzir akcije i reakcije drugih igrača. Nashova ravnoteža je prisutna pri onoj kombinaciji strategija koja je stabilna tako da nijedna strana u interakciji nema interesa odstupiti od svoje vlastite strategije ako se svi ostali pridržavaju kombinacije strategija. Tada svaka strana odgovara najboljom strategijom na strategije ostalih, odnosno svojim najboljim odgovorom. Igrači mogu biti pojedinci, poduzeća, sportski timovi kao i grupe pojedinaca. Svi igrači imaju različite interese, a cilj im je da u igri dođu do takvog rješenja koje će im osigurati najpovoljniji rezultat. Potencijalni rezultati su najčešće predstavljeni funkcijom isplata koja predstavlja numerički izraz dobitaka ili gubitaka igrača.

Nashova ravnoteža može se dobiti pomoću:

- Dominantne strategije (strategije za koju postoji druga strategija (dominirajuća) koja je uvijek jednako dobra, a barem u jednom slučaju bolja, bez obzira što protivnik učinio)
- Sedlaste točke (to je ishod u kojem svaki igrač bira najbolji potez na odabranu strategiju drugog igrača. U slučaju kad je  $\maximin = \minimax =$  vrijednost igre kažemo da igra ima sedlastu tačku. Sedlasta točka je mjesto u tablici (matrici) isplata na kojem se nalazi vrijednost igre.)
- Grafičke metode (nije moguća ako postoje igrači s više od dvije strategije)

Najprije se kreće od izračuna dominantne strategije. Ako nije pronađena Nashova ravnoteža prelazi se na izračun sedlaste točke. Ako ni tada nije pronađena Nashova ravnoteža prelazi se na grafičku metodu. Ako igra ima dominantnu strategiju ili sedlastu tačku, kažemo da je rješenje stabilno i da igrači igraju čiste strategije. U suprotnom, ako igra nema dominantnih strategija niti sedlastih tačaka, kažemo da je rješenje nestabilno i da igrači igraju mješovite strategije. Problem može rezultirati s više Nashovih ravnoteža, sa samo jednom ili bez Nashove ravnoteže.

## 6. NASHOVA RAVNOTEŽA U COURNOTOVOM MODELU DUOPOLA

U svojoj knjizi "Istraživanje matematičkih načela teorije bogatstva" Cournot je predstavio svoj poznati model "duopola" (jednostavniji oblik oligopola u kojem dominiraju samo dva proizvođača na tržištu) sa sljedećim osobinama: postoji više od jedne tvrtke i sve tvrtke proizvode homogeni proizvod, tvrtke ne surađuju, tvrtke imaju tržišnu snagu, postoje prepreke za ulazak, tvrtke se natječu u količinama i odabiru količine istovremeno, prisutno je strateško ponašanje tvrtki. U njegovom modelu, cijene su uobičajeno poznate kao padajuća



funkcija ukupne proizvodnje. Sve tvrtke znaju ukupan broj tvrtki na tržištu, i output drugih. Svaka tvrtka ima funkciju troškova, a funkcije troškova se tretiraju kao opće poznate. Funkcije troškova mogu biti iste ili različite među tvrtkama. Tržišna cijena je postavljena na razini tako da je potražnja jednaka ukupnoj količini proizvodnje od strane obje tvrtke. Cournot je postavio matematički model s dva suparnička proizvođača homogenog proizvoda. Svaki proizvođač je svjestan da će suparnikova odluka o količini utjecati na cijenu s kojom se suočava, a time i njegovu dobit, ali svaki neovisno odlučuje koliko će proizvoditi i nuditi na tržištu.

Cournot matematički nalazi deterministička rješenja, kao odabrane količine od strane suparničkih proizvođača u skladu s međusobnim očekivanim reakcijama. On pokazuje kako se ta ravnoteža ostvaruje na presjeku dviju "krivulja reakcija". Uspoređujući rješenja, Cournot primjećuje da su kod duopola, cijene niže i ukupna količina proizvodnje veća nego u monopolu. On se vodi s ovom spoznajom, što je broj proizvođača veći količina postaje veća i cijena niža.

Nashova ravnoteža u Cournotovom modelu duopola ostvaruje se na razinama proizvodnje duopolista na kojima oni ostvaruju maksimalne isplate (dobit) istovremeno uzimajući u obzir raspoložive strategije oba proizvođača. Ako su funkcije isplate kontinuirane i ovise o količinama proizvodnje oba proizvođača, ona se parcijalnim deriviranjem tih funkcija po varijablama (količine proizvodnje) dvaju proizvođača određuju funkcije parcijalnih derivacija. Izjednačavanjem s nulom tih funkcija dobivamo sistem od dvije jednačine s dvije nepoznate, a rješenja tog sistema su optimalne količine proizvodnje dvaju proizvođača. Te količine predstavljaju Nashovu ravnotežu u Cournotovoj igri.

## 7. PRIMJENA TEORIJE IGARA

Teorija igara može se smatrati analitičkim alatom osmišljenim u svrhu razumijevanja fenomena interakcije igrača. Teorija igara proizvela je matematičke modele koji se bave idealiziranim situacijama koje nisu uvijek ostvarive u stvarnom životu. Tako da je teorija igara uglavnom ostala u okvirima akademskih primjera. Ali uprkos tome primjere primjene teorije igara možemo pronaći u mnogobrojnim situacijama u svakodnevnom životu, kao što su: aukcije, glasanja/izbori, sukobi životinja, upotreba prirodnih izvora (onih koji se obnavljaju, poput šuma, i onih koji se ne obnavljaju, poput nafte), bankroti kompanija, ulaganja u istraživanja i razvoj.

U toku drugog svjetskog rata teorija igara korištena je za vojne svrhe jer su se strateške koncepcije vojnih operacija mogle matematički zapisati.<sup>376</sup>

Uzmimo recimo nasumično testiranje na doping (npr. na olimpijskim igrama). Grupu čine međusobno kompetitivni igrači i Međunarodni olimpijski odbor (International Olympic Committee, IOC). Interakcija se pojavljuje i između igrača (koji odlučuju o treningu i o eventualnom dopingiranju) i s IOC-om (kojemu je cilj održati reputaciju sporta).

---

<sup>376</sup>Ibid, str. 70



Razumna strategija kod igrača znači donošenje odluka u zavisnosti o vjerovatnoći pobjede (npr. preuzimanje manjeg ili većeg rizika pri nekim potezima), kao i procjenu šanse da ih IOC uhvati ako se odluče dopingirati. Slično, IOC mora odlučiti o načinima testiranja i kaznama, ovisno o cijeni testiranja i vrijednosti čiste reputacije.

Teorija igara je dala doprinose na području mnogih znanosti kao što su sociologija, psihologija, teorija evolucije, političkim i drugim znanostima, ali najveći i daleko najvažniji doprinos je upravo na području ekonomije.

Na području psihologije teorija igara se koristi za analiziranje mehanizma pregovaranja, a u okviru političkih znanosti za analizu koalicijskog ponašanja političkih partija. U području ekonomije, na primjer, teorija igara pomaže utvrditi najefikasnije protumjere (strategije) koje može poduzeti konkurencija. Ukoliko nam je moguće odabrati strategiju koja osigurava dobitak (u situaciji kad konkurent izabere svoju najbolju strategiju), možemo očekivati barem minimalni dobitak. Monopol predstavlja igru sa jednim igračem, dok savršena konkurencija predstavlja igru s nespecificiranim brojem igrača od kojih ni jedan ne može samostalno utjecati na promjene na tržištu.

Zahvaljujući teoriji igara možemo detaljnije analizirati sva tržišna stanja koja se nalaze između ova dva ekstrema. Najpoznatija primjena teorije igara je svakako ona u području oligopola, ali modeli teorije igara vrlo se uspješno mogu primijeniti u područjima poput finansija, računovodstva, marketinga, upravljanja ljudskim resursima, operativnog menadžmenta, i sl. Najnovije područje primjene teorije igara je logistički menadžment, koji je u posljednje vrijeme jedan od najbrže rastućih područja istraživanja. Uz pomoć kompjuterskih simulacija i najnovijih gotovih softverskih rješenja teorija igara omogućava pogodnu analizu, te donošenje odluka o cijenama, izboru lokacije, distribuciji, nabavci i brojnim drugim akcijama.

## 8. ZAKLJUČAK

Teorija igara ima zadatak pronalaženja rješenja u situacijama konkurencije, u kojima se djelomično ili potpuno sukobljavaju interesi najmanje dva protivnika, a rješenje konflikta određeno je akcijama svih strana koje sudjeluju u konfliktu. Na konačne isplate poteza igrača ne utječe samo odabir igrača, nego i odluke ostalih igrača.

Teorija igara je matematička disciplina koja se rapidno počela razvijati nakon Drugog svjetskog rata. Međutim, prva razmatranja o problematici teorije igara javljaju se početkom nove ere, a u pitanju je rasprava o problemu bračnog ugovora iz Talmuda. U razvoju teorije igara kao discipline istaknuli bi kao najznačajnijeg, matematičara John F. Nasha, po njegovoj definiciji ravnoteže u nekooperativnim igrama s konačnim brojem igrača. Istraživanja na području teorije igara nastavljena su i u današnja vremena; najvjerniji dokaz tome je Nobelova nagrada za ekonomiju 2005. godine koju su dobili Thomas Schelling i Robert Aumann za primjenu teorije igara u društvenim naukama.

Teorija igara proizvela je matematičke modele koji se bave idealiziranim situacijama koje nisu uvijek ostvarive u stvarnom životu, ali unatoč tome primjere primjene teorije igara



možemo pronaći u mnogobrojnim situacijama u svakodnevnom životu, te u gotovo svim znanstvenim disciplinama.

## 9. LITERATURA

- [1] Kozarević, S.: **Konflikt i teorija igara**, OFF-SET, Tuzla, 2009.
- [2] <http://wmd.hr/rjecnik-pojmovi-t/web/teorija-igara>
- [3] <http://e.math.hr/old/teorijaigara/index.html>
- [4] <http://www.profitiraj.hr/edukacija/cime-se-bavi-teorija-igara-i-gdje-se-moze-primijeniti/>
- [5] <http://www.redfish.com/dkunkle/vonNeumann/>
- [6] [https://sh.wikipedia.org/wiki/John\\_von\\_Neumann](https://sh.wikipedia.org/wiki/John_von_Neumann)
- [7] <https://www.google.ba/search?q=Oskar+Morgenstern+slika>
- [8] [https://en.wikipedia.org/wiki/John\\_Forbes\\_Nash\\_Jr](https://en.wikipedia.org/wiki/John_Forbes_Nash_Jr).